

臺北市十二年國民基本教育
特殊教育(資優)課綱
磐石學校優良課程教案

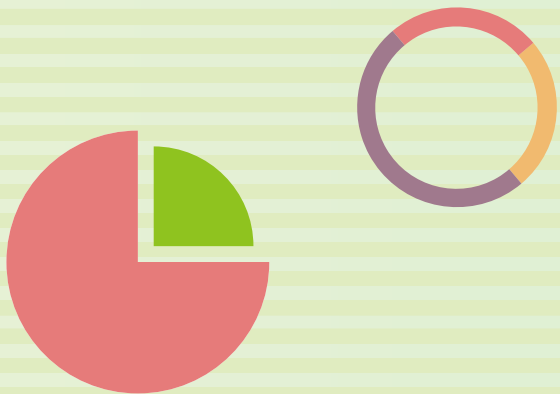


部定課程調整—跨領域跨科目(數學、科技、藝術)

(特殊教育需求領域：創造力)

創客藝數大師

由資訊科技窺見的數學風景



明德國中

陳妤蓁、謝 瑋、褚怡婷
洪秋裕、林青慧、王婷儀

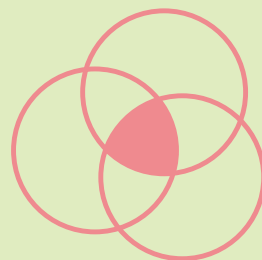
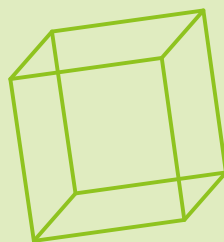
臺北市十二年國民基本教育
特殊教育(資優)課綱
磐石學校優良課程教案



部定課程調整—跨領域跨科目(數學、科技、藝術)
(特殊教育需求領域：創造力)

創客藝數大師

由資訊科技窺見的數學風景



明德國中

陳好蓁、謝 瑋、褚怡婷、洪秋裕、林青慧、王婷儀



臺北市資賦優異教育資源中心
Taipei Resource Center for the Gifted and Talented

目錄



序	莊智鈞	i
推薦序一	于曉平	ii
推薦序二	吳淑敏	iii
壹、基本資料		01
貳、教學規劃說明		09
參、單元教學活動		11
第一單元 幾何連方		12
第二單元 畢氏之美		44
第三單元 函數與生活		62
第四單元 實境解謎		74
肆、實施建議		81
伍、附錄		87

序

教育部於 103 年 11 月發布《十二年國民基本教育課程綱要 總綱》，揭示：

十二年國民基本教育（以下簡稱十二國教）課程發展，秉持全人教育精神及「自發」、「互動」、「共好」理念，以「成就每一個孩子—適性揚才、終身教育」為願景；且特將特殊教育納入規劃，以符應融合教育趨勢。其後，更於 108 年 7 月發布十二國教《特殊教育課程實施規範》及《資賦優異相關之特殊需求領域課程綱要》，揭櫫資優教育課程應以學生之特質及需求規劃，依學生學習功能優異領域 / 科目進行課程調整，並得提供特殊需求領域課程及相關支持服務，以協助其適性學習及發展潛能。

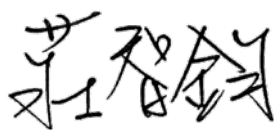
為落實十二年國教特殊教育（資優）相關課程實施規範、課程綱要推動，

鼓勵學校創新資優班課程發展，臺北市政府教育局特於 108 年 10 月函頒「臺北市十二年國民基本教育特殊教育（資優）課程綱要磐石學校推動計畫」（以下簡稱「資優課綱磐石學校計畫」），自 108 學年度起補助學校十二年國教資優課綱推動經費，以支持資優班教師專業學習社群運作、創新資優課程模組研發及充實創新資優課程模組教學所需之教材教具及設備設施。108-110 學年度參與學校數，共計 16 校（國小 8 校、國中 7 校、高中 1 校），並從中薦選推動成果績優學校擔任種子學校及後續辦理成果發表會、出版創新資優課程模組研發成果等，以推廣資優課綱推動經驗。

臺北市立明德國民中學自 109 學年度起參與資優課綱磐石學校計畫，於 110 學年度獲選為績優學校，該校資優班教師團隊透過專業學習社群運作所研發之部定課程調整—跨領域跨科目（數學、科技、藝術）課程模組成果：「創客藝數大師—由資訊科技窺見的數學風景」，融合不同領域課程思維，設計貼近生活議題的專題導向學習課程，更融入特殊教育需求領域—創造力課程內涵概念，鼓勵學生運用跨領域知識解決問題，在課程所營造的遊戲式學習情境下，啟發學生活用創意思維、統合知識，發展創新應用能力，獲得肯定。今特將該校研發之創新資優課程模組成果付梓，以提供各界推動十二年國教資優課綱參考運用。

臺北市資賦優異教育資源中心召集人

臺北市立建國高級中學校長



謹識

112 年 12 月

推薦序一

臺北市推動「特殊教育（資優）課程綱要磐石學校推動計畫」已有四年，超過十多所設有資優班的中小學提出申請，以精進資優教師的專業與校本資優課程的發展，第一年執行優良之學校可持續申請第二年計畫，並出版所研發的課程。十二年國民基本教育從108年開始實施，無論是教師、課程、行政運作等無不因應政策需要而調整與創新。對資優教育而言，在十二年國教總綱、特殊教育課程實施規範與資優相關之特殊需求領域課程綱要規定下，整體資優課程之時數安排與實施有更為清楚的規範與依循，引導資優班重新檢視整體課程規劃之適切性。

參與計畫之磐石學校執行資優教育創新課程研發之初，須先行盤整學校資優班的課程，並建構資優班課程地圖，扣緊學校本身的願景與特色，掌握不同年級資優課程的前後關聯與脈絡。此外，資優班教師亦透過課程綱要的研習與創新課程設計之所需，辦理專業社群研習與課程設計討論分享，精進課程設計的能力。參與的學校除了精進資優課程、提升教師專業，也藉由辦理親職講座，協助家長理解十二年國教課綱的發展，提升整體資優教育的品質。

明德國中於第二期加入磐石計畫，多位數學與科技領域的老師加入計畫研發課程，形成校內跨域教師合作的默契。本次所提出的創新課程採跨領域設計，提出結合數學、科技、藝術等領域，並融入資優相關特殊需求領域創造力之課程，透過真實世界中的問題與實作，規劃共計整學年36節之《創客藝數大師—由資訊科技窺見的數學風景》課程，歷經近三年終將成冊。

現今數理科學與資訊科技運用密不可分，為了協助資優生面對未來真實世界中的快速變化，不同領域的教師們結合數學知識、科技實作與高層次思考，規劃以專題導向，共計四個主題單元的STEAM課程。其中，四大主題包括：12節的幾何連方、10節的畢氏之美、8節的函數與生活與6節的實境解謎，以探索、合作、工具操作與成品產出來解決真實情境的問題。整體課程設計運用PBL專題導向學習模式的七個步驟及四個階段，從感受覺察、建構知能、想像實踐、公開分享，在部定領域學習內容、歷程、環境與評量的調整下，結合創造力，設計一項可整學年實施的跨域課程。

有幸在這兩年與明德國中教師討論、精進課程設計，從構想到實施、不斷修正，並正式發行成冊與各位分享，耗費現場老師們很多心力，實屬不易。整體課程設計之領綱學習重點引用完整、課程目標具體、跨域連結完善、各項軟體操作說明仔細，最後運用實境解謎擴充實境(AR)與混合實境(MR)，融入幾何連方、畢式之美及函數圖形等三部分的知識，檢視學生的學習成果，相信可提供老師們很好的教學設計典範。

國立臺灣師範大學特殊教育學系



112年12月

推薦序二

臺北市政府教育局為落實十二年國民基本教育特殊教育（資賦優異）相關課程實施規範、課程綱要（以下稱十二年國教資優相關課綱）宣導與內涵推動，聘邀學者專家入校指導，支持校內／校際資優班教師專業學習社群運作，引領學校創新資優班課程發展，研發及推廣創新資優課程模組示例，特訂定磐石學校推動計畫，鼓勵臺北市高級中等以下設有一般智能或學術性向資優班學校提出申請。臺北市立明德國民中學 110 學年度續申請，明德國中數學／資訊跨領域資優教師社群，延續 109 學年度發展之「創客藝數大師－由資訊科技窺見的數學風景」，進行各主題的修正、擴充課程內容，新增「AR/VR/MR/XR」元素，設計創新解謎環境，提升學生的科技運用與問題解決能力，最終研發完成跨數學、科技與藝術領域的課程模組，期望資優學生能統整各領域所學實踐於真實情境中，解決生活中各種問題。

本課程模組採用 PBL 專題導向學習模式，結合幾何連方、畢氏之美、函數與生活、實境解謎四大單元，以遊戲方式導入課程，逐步引導學生成為遊戲設計師，將習得的數學、科技領域知識，結合藝術美感設計創新遊戲，期能吸引其他青少年，藉此推廣數學結合科技的知識。本人有幸受邀參與本方案計畫審查、執行過程乃至成果報告提供指導與諮詢，見證明德國中資優資源班教師展現創意成果，開啟資優教育更多樣的發展方向，樹立創新資優課程模組研發的典範。

未來教師們可結合各校課程特色、校園環境等彈性地拆開或重組使用本課程模組。期待本書的出版，能激發更多學校團隊和師生通力合作，引領學生邁向幸福快樂的成長歷程，共同激盪出資優教育的火花。

臺北市立大學特殊教育學系



112 年 12 月

壹、基本資料



- **學校名稱：**臺北市立明德國民中學
- **研發團隊：**【明德國中數學 / 資訊跨領域資優教師社群】
陳妤蓁老師、謝 瑋老師、褚怡婷老師、
洪秋裕老師、林青慧老師、王婷儀老師
- **課程名稱：**創客藝數大師—由資訊科技窺見的數學風景
- **教學年級：**國中八年級
- **課程模組屬性：**部定課程調整 (跨領域跨科目)
科目—數學、藝術、科技領域
特殊需求領域課程 (融入式)
科目—創造力
- **課程類型：**全學年課程 (共 36 週) - 每週 1 節

● 教學理念說明

因應當前生活環境中的急速變遷，須培養學生擁有面對未來世界的問題解決能力，因此本課程結合跨領域教學、專題導向學習 (PBL)、STEAM MAKER 和遊戲式學習的元素，以學生為中心，由學生主動設計活動來豐富學習體驗。資優生透過遊戲中的實作發現、分組合作，培養資訊科技能力，將數學理論結合資訊軟體應用知識，並學習如何激發創意，最後設計一個桌遊推廣數理學習，並反思課程中所學能如何創新應用於未來真實世界中。

一、跨領域學習的重要性

本課程研發團隊結合數學、資訊、藝術三個領域，並融入資賦優異相關之特殊需求領域中創造力的專業知識，設計能回應真實世界中不同問題的課程，在不同領域老師的共同備課下互搭鷹架，建立更有統整性及系統性的跨領域專業知識架構，並引導資優生運用跨領域知識發展創新應用能力。

二、資訊科技的運用與問題解決能力

現今社會各行各業與資訊運用早已密不可分，未來我們將面臨 AI 人工智慧與虛擬實境的世界，資訊科技與國家經濟發展前景至關重要。為了協助資優生面對未來真實世界中的快速變化，各先進國家不斷調整中小學資訊科技教育課程之走向與內涵。STEAM (科學 Science、科技 Technology、工程 Engineering、藝術 Art、數學 Mathematics) 結合「動手做」與「高層次思考」，且課程設計多為「專題導向」，以探索、討論、合作及工具運用來學習問題解決能力，以貼近生活的議題進行情境教學。本課程著重將數理能力與資訊能力結合，透過學習各類資訊軟體及與之相對應的硬體，培養資優生具備紮實的資訊科技能力，以適應與創新未來世界。

三、遊戲式學習的創新特色

「遊戲式學習」結合學習和具互動娛樂性的遊戲多媒體，營造具有學習樂趣及能增進學習成效之遊戲式學習環境，達到沉浸式學習的效果，增強學習者的學習動機。課程開始時，老師以遊戲方式導入課程，並逐步引導學生成為遊戲設計師，將習得的數學、資訊領域的知識，結合藝術美感設計創新遊戲，以豐富的多媒體遊戲方式吸引其他青少年，藉此推廣數學結合科技的知識。

● 核心素養、學習表現與學習內容對應情形

參考課程綱要		十二年國民基本教育課程綱要數學領域、科技領域、藝術領域 十二年國民基本教育資賦優異相關之特殊需求領域課程綱要	
核心素養	總綱	A1 身心素質與自我精進 B1 符號運用與溝通表達 B3 藝術涵養與美感素養	A2 系統思考與解決問題 B2 科技資訊與媒體素養 C2 人際關係與團隊合作
	領綱	數學領域、科技領域、藝術領域 - 數-J-A1 對於學習數學有信心和正向態度，能使用適當的數學語言進行溝通，並能將所學應用於日常生活中。 - 數-J-A2 具備有理數、根式、坐標系之運作能力，並能以符號代表數或幾何物件，執行運算與推論，在生活情境或可理解的想像情境中，分析本質以解決問題。 - 數-J-B2 具備正確使用計算機以增進學習的素養，包含知道其適用性與限制、認識其與數學知識的輔成價值，並能用以執行數學程序。能認識統計資料的基本特徵。 - 數-J-B3 具備辨認藝術作品中幾何形體或數量關係的素養，並能在數學的推導中，享受數學之美。 - 科-J-A1 具備良好的科技態度，並能應用科技知能，以啟發自我潛能。 - 科-J-A2 運用科技工具，理解與歸納問題，進而提出簡易的解決之道。 - 科-J-B1 具備運用科技符號與運算思維進行日常生活的表達與溝通。 - 科-J-B2 理解資訊與科技的基本原理，具備媒體識讀的能力，並能了解人與科技、資訊、媒體的互動關係。 - 科-J-B3 了解美感應用於科技的特質，並進行科技創作與分享 - 科-J-C2 運用科技工具進行溝通協調及團隊合作，以完成科技專題活動。 - 藝-J-B2 思辨科技資訊、媒體與藝術的關係，進行創作與鑑賞。	資賦優異相關之特殊需求領域 - 特創-J-A1 具備盡情展現創造性人格特質的人性觀與自我觀，敏覺不尋常之處且追根究底，並主動接受與執行挑戰性任務。 - 特創-J-A2 具備批判思考能力與習慣，區辨關鍵性問題，構思反省各種困難與解決策略。有效重組與提出最可能的問題解決模式。 - 特創-J-B2 具備善用科技、資訊與媒體以增進創造力學習的素養，思辨創造思考歷程中，個體與科技、資訊、媒體的互動關係。 - 特創-J-B3 具備賞析創造性藝術的能力，培養創作興趣，時時保有美感敏覺性，透過對創意成果的反思與分享，印證生活處處皆創造的經驗與審美觀。

學習表現	學習內容
- 數 s-IV-4 理解平面圖形全等的意義<u>延伸至五連方圖形</u>，知道圖形經平移、旋轉、鏡射後仍保持全等，<u>並分類、編碼、記錄且應用於幾何拼貼圖形</u>。 - 數 s-IV-7 理解畢氏定理與其逆敘述，<u>並利用不同的方式加以證明</u>，能應用於數學解題與日常生活的問題。 - 數 f-IV-1 理解常數函數和一次函數的意義，能描繪常數函數和一次函數<u>的限定區間圖形</u>，<u>並能以 GGB 軟體設計圖形</u>，運用到日常生活的情境解決問題。 - 數 f-IV-2 理解二次函數的意義，並能描繪二次函數<u>與限定區間</u>的圖形。 - 數 f-V-2 認識多項式函數的圖形特徵，理解其特徵的意義，認識以多項式函數為數學模型的關係或現象，並能用以溝通和解決問題。 - 運 t-IV-3 能設計資訊作品並<u>應用資訊軟體</u>以解決生活問題。 - 運 t-V-2 能使用程式設計實現運算思維的解題方法。 - 運 c-IV-3 能應用資訊科技與他人合作進行數位創作。 - 運 p-IV-1 能選用適當的資訊科技組織思維，並進行有效的表達。 - 設 c-IV-2 能在<u>應用軟體與機器設備</u>實作活動中展現創新思考的能力。 - 設 k-IV-3 能了解選用適當材料及正確工具的基本知識。 - 視 1- IV -3 能使用<u>應用軟體與機器設備</u>等數位及影音媒體，表達創作意念。 - 視 3- IV -3 能應用設計思考及藝術知能，因應生活情境尋求解決方案。	- 數 S-8-4 全等圖形：全等圖形的意義（兩個圖形經過平移、旋轉或翻轉可以完全疊合）；兩個多邊形全等則其對應邊和對應角相等（反之亦然）。<u>利用全等定義及性質，找出所有五連方的所有圖形</u>。 - 數 S-8-6 畢氏定理：畢氏定理（勾股弦定理、商高定理）的意義及其數學史、<u>各種證明方式</u>；畢氏定理在生活上的應用（<u>如畢氏樹</u>）；三邊長滿足畢氏定理的三角形必定是直角三角形。 - 數 F-8-2 一次函數的圖形：常數函數的圖形；一次函數的圖形。<u>並將常數函數與一次函數圖形進行平移</u>。 - 數 F-9-2 二次函數的相關名詞，描繪二次函數的圖形 - 數 G-10-3 圓方程式：圓的標準式。 - 數 F-10-2 三次函數的圖形特徵：二次、三次函數圖形的對稱性 - 資 P-IV-5 模組化程式設計與<u>索馬立方體組成立方體</u>的問題解決實作。 - 資 T-IV-2 資訊科技<u>軟體與機器設備等</u>應用專題。 - 資 P-V-3 重要演算法的程式設計實作。 - 資 H-IV-6 資訊科技對人類生活之影響。 - 生 P-IV-6 雷切機的機具操作與使用。 - 視 P- IV -3 設計思考、生活美感。
- 特創 2b- IV -6 善用相關科技軟體輔助創造性思考活動。 - 特創 3a- IV -1 對現象或問題快速連結多元的看法或解答方式。	- 特創 A- IV -1 問題的難易度及層次的分析。 - 特創 B-IV-9 創造力與科技的關聯性與發展性。

※ 備註：依據資優學生需求調整之學習表現以底線及顏色標示。

● 議題融入：資訊教育、科技教育

● 課程架構說明

- ▶ 模組名稱：創客藝數大師—由資訊科技窺見的數學風景
- ▶ 領域：數學領域、科技領域、藝術領域（融入創造力）
- ▶ 年級：八年級
- ▶ 教學目標：
 1. 提供學生適性學習的機會，培育學生探索數學及資訊的信心與正向態度。
 2. 培養好奇心及觀察規律、演算、抽象、推論、溝通和數學及資訊表述等各項能力。
 3. 培養使用工具，運用於數學及資訊程序解決問題的正確態度。
 4. 培養運用數學及資訊思考問題、分析問題和解決問題的能力。
 5. 培養日常生活應用與學習其他領域 / 科目所需的數學及資訊知能。
 6. 培養學生欣賞數學以簡馭繁的精神與結構嚴謹完美的特質。
- ▶ 總節數：36 節
- ▶ 課程模組教學模式

本課程模組採用 PBL 專題導向學習模式，結合本課程幾何連方、畢氏之美、函數與生活、實境解謎等各單元特色與成果產出，以學生為中心發展「創客藝數大師 PBL 專題導向學習模式」（如圖 1），模式包含七個步驟及四個階段。七個步驟分別為：真實問題、決定主題與擬定計畫、探究活動、製作產出、多元評量、統整概念與反思學習、成果展示，而七個步驟又能再進一步統整為四個階段，四個階段內容詳細說明如下：

1. 第一階段「感受覺察」：安排數學及科技領域與生活情境結合的主題，提供學生與現實世界中的背景、任務、工具的連結機會，並透過專題發想，找到有意義的、待解決且具有適中挑戰度的問題驅動學習動機。
2. 第二階段「建構知能」：由學生提出問題、尋找資源並應用所知資訊，持續於嚴謹且不停延伸的探究歷程之中建構知能。

3. 第三階段「想像實踐」：學生對專題握有決定權，包括怎麼做、做什麼，並能表達自己的想法。學生和老師反思專題所學，其探究內容、過程、所遇問題與解決策略、結果及學生學習品質等，請學生間互相給予回饋，並用以改善作品，經過統整概念與反思讓學習更為充實。
4. 第四階段「公開分享」：彙整成果及成果展示，學生得以公開發表、解說作品，分享對象不限於教室內的老師和同學。

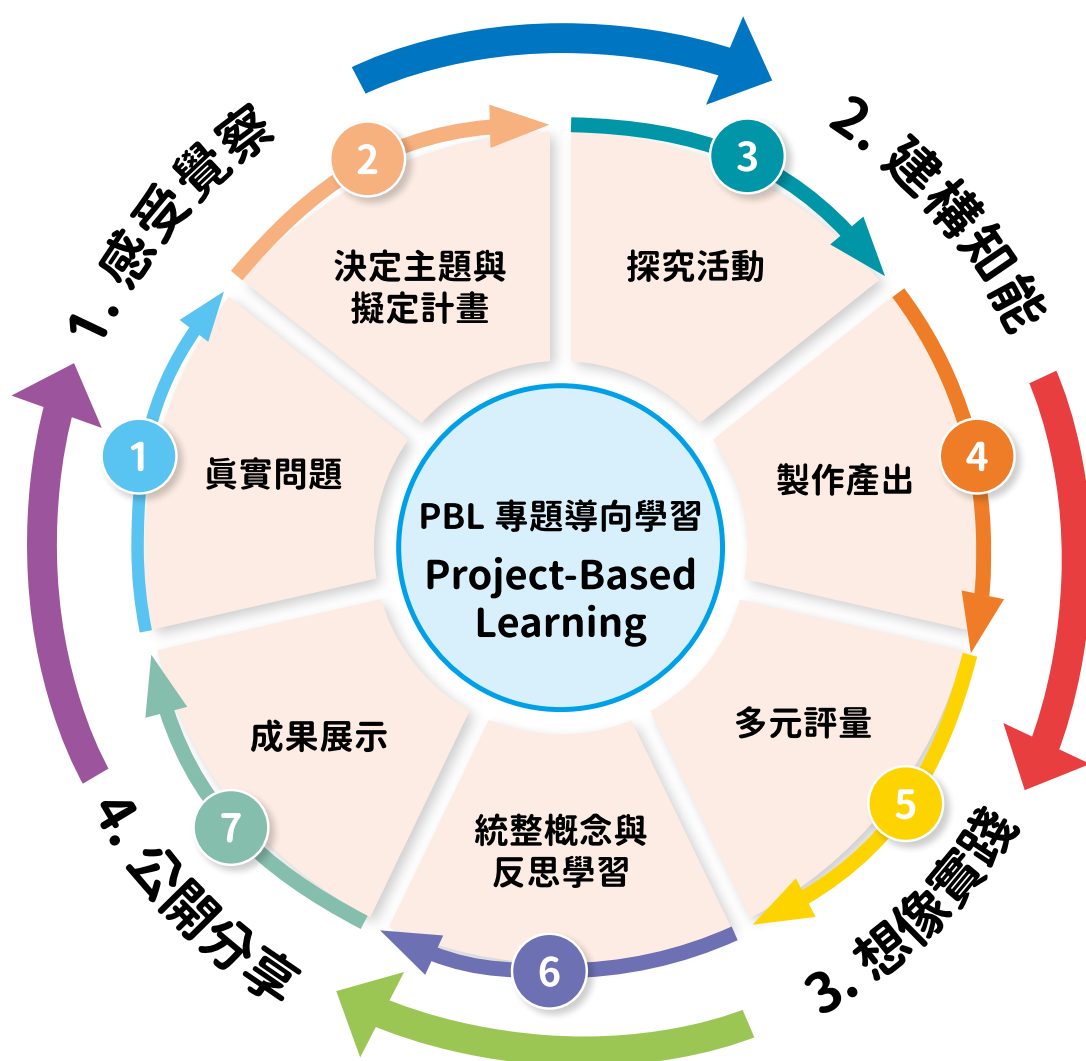


圖 1 創客藝數大師 PBL 專題導向學習模式

► 課程模組架構

本課程以十二年國民基本教育課程綱要之三面九項為基礎，結合數學、科技與藝術領域課程綱要，設計跨領域課程，並於課程中融入資賦優異相關之特殊需求領域之創造力相關素養、課程指標。搭配 PBL 專題導向學習模式，發展「創客藝數大師—由資訊科技窺見的數學風景」課程模組架構（如圖 2），以八年級為教學對象，設計共計 36 節課。

本課程落實十二年國教核心素養內涵，在自主行動部分，運用科技工具，理解與歸納數學問題，反省各種困難與解決策略，在情境中分析本質以解決問題，結合本校課程地圖之創思力，在學習過程中提供任務、挑戰及舞台，讓學生有機會發表自己的想法與作品，以自我精進；在溝通互動部分，結合本校課程地圖之執行力與關懷力，評量時著重學生對於科技創作、創意成果的分享及反思；在社會參與部分，結合本校課程地圖之領導力與表達力，安排學生合作設計遊戲。希望透過本課程模組，加深加廣資優學生在數學、科技及藝術領域的學習，同時符應本校課程地圖對資優生能力的期許，及回應十二年國教理念，培養孩子成為終身學習者。

單元名稱 (節數)		學習內涵	培養能力
創客藝數大師	幾何連方 (小計 12 節)	1. 認識連方 2. 連方拼拼看 3. 立體連方 4. 認識機器手臂 5. 固定位置 6. 程式組立方體	► 自主行動 ► 創思力
	畢氏之美 (小計 10 節)	1. 穿越時空的三角關係 2. 古今中外的三角關係 3. 剪貼出神秘的 c^2 4. 資訊科技的加減法應用 5. 幾何圖形與畢氏定理拼圖 6. 實作畢氏定理拼圖收納盒	► 溝通互動 ► 創思力
	函數與生活 (小計 8 節)	1. 基本素材 2. 特殊的函數圖形 3. 創意圖形 4. 創意圖形發表與分享 5. 畢氏定理拼圖收納盒燙金術 6. 畢氏定理拼圖成果發表	► 自主行動 ► 執行力 ► 關懷力
	實境解謎 (小計 6 節)	1. 實境解謎遊戲設計 2. 實境解謎題目設計 3. 建置實境解謎系統 (1) 4. 建置實境解謎系統 (2) 5. 建置混和實境解謎系統 6. 解謎系統測試與作品分享	► 社會參與 ► 領導力 ► 表達力

圖 2 課程架構圖

● 學生能力分析 (區分性教學設計)

國中數理資優生依先備知識的不同，分成高能力組與中能力組。

- ▶ 高能力組：給予較挑戰性的提問與開放性的問題，並給予較少的提示，讓同學能在實作中發現並推理，亦視各單元不同的學習目標採同質性或異質性分組，讓高能力組的同學間能利用創思技巧發想新的想法，或讓高能力組與中能力組合作學習提升情意技能或領導才能。
- ▶ 中能力組：給予較多的說明與引導式的提問，並給予練習的機會，必要時老師可以個別指導或給予較簡化的任務。

● 課程調整說明

項目	調整說明	調整策略
學習內容調整	- 學生理解國中數學與資訊的課程範疇後，針對課程進行加深加廣的學習內容調整，讓學生能藉由加深加廣課程提升對於數學定理或原理的深入了解，並融會貫通。 - 針對生活中的數學進行進一步的延伸討論，並與資訊、藝術領域和創造力進行跨領域的應用。	- 加深 - 加廣 - 跨領域 / 科目統整教學主題
學習歷程調整	- 針對問題不直接以講授方式，而是透過提問、實作引導方向，讓學生進行思考、推理得到證據。 - 在討論、實作時採分組方式，能讓學生之間進行互動，也能在合作當中互相學習與彼此討論出更完整的概念。 - 學生藉由探究活動，一步步觀察、思考、推理得到結果。	- 高層次思考 - 開放式問題 - 發現式學習 - 多樣性的歷程
學習環境調整	- 提供一個開放的教室空間，鼓勵學生在課堂上踴躍提問、發言、分享小組或自身的想法，老師與其餘同學也能給予支持與回饋。 - 將教室布置成容易討論、合作的場所，讓學生在進行實驗或討論問題時，可以有足夠、舒適的空間與他人互動。	- 調整物理的學習環境 - 規劃有回應的學習環境 - 有挑戰性的學習環境
學習評量調整	學生能以自己的方式回答學習單問題，或者不限於文字敘述，教師亦藉由繪製心智圖、繪製圖形、口頭報告、製作學習歷程檔案、發表與分享實際創作的作品等方式，從中了解學生的學習過程與進步程度。	呈現多元的實作與作品

● 設備資源整合說明

- ▶ 設備資源：機器手臂、雷切機、木板、木工膠
- ▶ 軟體資源：教育部審定翰林版國中數學課本第三、四冊、自編教材、雲端硬碟、google 文件、AutoDraw、RDWorks、dobotblock、dobotstudio、GeoGebra、MAKAR 軟體及 desmos 網站

貳、教學規劃說明



單元名稱	教學內容	核心素養	學習表現	教學目標	節數
單元一 幾何連方	1. 平面連方：從平面「連方」的概念開始，進行二～五連方組合類型的討論，並且嘗試分組與編碼。 2. 索馬立方體：切割索馬立方體七個部件，利用其部件進行組合任務挑戰。 3. 運用機器手臂組立方體：介紹新興科技的運用與原理，使用 Magician Lite 機器手臂將索馬立方體組成立方體，並發想相關理論能如何運用於未來社會的哪些領域之中。	數-J-A1 數-J-A2 數-J-B2 數-J-B3 科-J-A1 科-J-A2 科-J-B2 科-J-B3 藝-J-B2 特創-J-A1 特創-J-A2 特創-J-B2 特創-J-B3	數s-IV-4 運t-IV-3 運t-V-2 運c-IV-3 運p-IV-1 設c-IV-2 視1-IV-3 視3-IV-3 特創2b-IV-6	1. 能找出二到五連方的所有可能性，透過觀察其中的數形關係，促發更高層次的思考。 2. 能切出索馬立方體的七個部件。 3. 提升對於方塊組合及分解方式的觀察及了解。 4. 能利用機器手臂組成立方體。	12 節
單元二 畢氏之美	1. 歐幾里得的證明：從摺紙體驗證明畢氏定理，帶入歐幾里得的證明方式，引導學生嘗試課本以外的證明。 2. 中西方學者的證明：透過小組合作討論，研究中西方不同學者的證明，並且上台報告。 3. 剪紙證明：透過剪紙拼貼的方式嘗試證明畢氏定理，深入討論並歸納其可行的原因。 4. 畢氏定理拼圖及收納盒：運用雷切機，將學生繪製的畢氏定理 GGB 檔案匯入 inkscape 及 Rdworks 軟體，創作畢氏定理七巧板（拼圖）及收納盒。	數-J-A1 數-J-A2 數-J-B2 數-J-B3 科-J-A1 科-J-A2 科-J-B2 科-J-B3 藝-J-B2 特創-J-A1 特創-J-A2 特創-J-B2 特創-J-B3	數s-IV-7 運t-IV-3 運t-V-2 運c-IV-3 運p-IV-1 設c-IV-2 設k-IV-3 視1-IV-3 視3-IV-3 特創2b-IV-6	1. 理解歐幾里得證明畢氏定理的方法。 2. 透過資料收集與小組討論，了解中西方著名學者證明畢氏定理的方法，並能解說證明方式。 3. 透過剪紙拼貼嘗試證明畢氏定理，並能深入討論歸納可行的原因。 4. 能理解雷切機的原理與應用。 5. 能利用雷切機製作畢氏七巧板。 6. 能利用雷切機製作畢氏定理拼圖收納盒。	10 節

單元名稱	教學內容	核心素養	學習表現	教學目標	節數
單元三 函數與生活	1. 基本素材及常見圖形運用：透過觀察及討論各種二元一次方程式及一次函數的概念圖形的變化，分析變化關係，並以 GGB 軟體進行繪圖練習。 2. 作品設計：利用 GGB 軟體，讓學生在座標平面上自行設計圖形，列出所需方程式，活用圖形與方程式之間的轉換。 3. 畢氏定理拼圖收納盒燙金術：運用 GGB 軟體、dobotstudio 軟體及機器手臂後，將創意函數圖形燙至收納盒。	數-J-A1 數-J-A2 數-J-B2 數-J-B3 科-J-A1 科-J-A2 科-J-B2 科-J-B3 藝-J-B2 特創-J-A1 特創-J-A2 特創-J-B2 特創-J-B3	<u>數f-IV-1</u> <u>數f-IV-2</u> 數f-V-2 <u>運t-IV-3</u> 運t-V-2 運c-IV-3 運p-IV-1 <u>設c-IV-2</u> 設k-IV-3 <u>視1-IV-3</u> 視3-IV-3 特創 2b-IV	1. 運用 desmos 軟體繪製創意圖形。 2. 打造專屬於自己的創意圖形。 3. 能運用雷切機將創意圖形製成盒子的封面圖。	8 節
單元四 實境解謎	1. 遊戲設計：透過實境解謎擴充實境 (AR) 與混合實境 (MR) 大富翁設計，融入五連方、畢式之美及函數圖形等三部分的知識，統整為實境解謎的關卡。 2. 教學系統建置：學生彙整五連方、畢式之美及函數圖形等相關知識，讓使用者充分了解相關知能。 3. 擴充實境 (AR) 問答系統建置：學生設計數學與資訊領域題目，並分析題目內容及難易度。 4. 混合實境 (MR) 建置：學生設計索馬立方體及組成立方體的題目製作。 5. Wordwall 問答系統建置：學生使用 Wordwall 的功能出題，並分析題目內容及難易度。 7. 題目測試：學生相互測試實境解謎系統，並修改題目。	數-J-A1 數-J-A2 數-J-B2 數-J-B3 科-J-A1 科-J-A2 科-J-B1 科-J-B2 科-J-B3 科-J-C2 藝-J-B2 特創-J-A1 特創-J-A2 特創-J-B2 特創-J-B3	<u>數s-IV-4</u> <u>運t-IV-3</u> 運t-V-2 運c-IV-3 運p-IV-1 <u>設c-IV-2</u> <u>視1-IV-3</u> 視3-IV-3 特創2b-IV-6 特創3a-IV-1	1. 能彙整五連方、畢式之美及函數圖形等學習內容。 2. 能運用所學知識設計實境解謎的關卡題目。 3. 能設計教學與問答系統。 4. 能以 Wordwall 結合積木程式設計題目。 5. 能設計大富翁實境解謎遊戲。	6 節

※ 備註：依據資優學生需求調整之學習表現以底線及顏色標示。

參、單元教學活動



- **第一單元：幾何連方**
教學時間：12 節
- **第二單元：畢氏之美**
教學時間：10 節
- **第三單元：函數與生活**
教學時間：8 節
- **第四單元：實境解謎**
教學時間：6 節

● 第一單元：幾何連方（共 12 節課，540 分鐘）

教學目標	1. 能找出二到五連方的所有可能性，透過觀察其中的數形關係，促發更高層次的思考。 2. 能切出索馬立方體的七個部件。 3. 提升對於方塊組合及分解方式的觀察及了解。 4. 能利用機器手臂組成立方體。			
學習內容調整	[平行課程] 翰林版國中數學課本第四冊：第三單元三角形的基本性質、第四單元平行與四邊形課程 [充實課程] 1. 連方的定義 (加廣) 2. 二、三、四、五連方各有幾種拼法與分類方式 (加深 + 加廣) 3. 介紹索馬立方體 (加廣) 4. 切出索馬立方體的七個部件並進行組合任務挑戰 (加深 + 加廣) 5. 實作固定方塊位置與座標系、程式設計控制機器手臂將索馬立方體組成立方體 (加深 + 加廣 + 跨領域) 6. 根據資優生學習特質加入「創造性」與「挑戰性」的實作課程等多元活動 (加廣)			● 加深 ● 加廣 ● 跨領域 / 科目統整教學主題
學習歷程調整	1. 搭配國中第四冊第三單元三角形的基本性質、第四單元平行與四邊形課程，本課程從基本的幾何圖形開始，帶入連方的概念，引導學生思考組合方式，並深入討論如何確認已找出的所有組合方式，進而引導學生透過分類的方式確認。最後從平面延伸至立體的概念，介紹索馬立方體，並嘗試切割及進行組合任務挑戰。 2. 學習使用應用軟體與機器手臂，在實作中了解機器手臂的原理與其運作方式。			● 高層次思考 ● 開放式問題 ● 發現式學習 ● 多樣性的歷程
學習環境調整	課程階段	授課教室	學習資源	學習模式
	第 1~6 節	資優班普通教室 (數學教室)	教師自編教材	由教師引導獨立思考或與同儕進行討論
	第 7~12 節	電腦教室 (一人一機)	教師自編教材	教師介紹機械手臂應用與原理，引導學生運用程式設計控制機器手臂完成任務。
學習評量調整	學生能依以下不同的形式呈現作品： 1. 「認識連方學習單」作業 2. 「連方拼拼看學習單」作業 3. 「連方拼拼看」課堂實作 4. 「機器手臂組成立方體」實作 5. 課堂參與與小組互動討論 6. 小組報告			● 調整物理的學習環境 ● 規劃有回應的學習環境 ● 有挑戰性的學習環境 ● 呈現多元的實作與作品
教學資源	自編教材、機器手臂、圖控程式			
參考資料	教育部審定翰林版國中數學課本第四冊			

● 教學流程

課程內容	時間	教學資源	評量方式 / 教學支援
【第一、二節課】認識連方			
一、引起動機：桌遊 square (一) 教師介紹桌遊 square 的遊戲規則。 (二) 分組試玩遊戲，四人一組分成 3~4 組並進行遊戲。 (三) 請分組比賽中的第一名分享致勝關鍵，每組代表分享 2 分鐘。 (四) 教師回饋，並引導學生進入本節課程內容。	5 分鐘 15 分鐘 10 分鐘 5 分鐘	桌遊 square 學習單 1-1 小方塊	觀察記錄
二、發展活動： (一) 教師介紹何謂連方 1. 教師說明：像這樣由很多全等正方形組合而成的，我們就稱為連方 (配合 square 的零件輔助說明)。 2. 教師說明：翻轉或旋轉視作同一種 (解釋翻轉和旋轉)。 3. 教師提問：舉例來說，大家知道二連方是由幾個全等正方形組合而成的嗎？可以怎麼做組合呢？ 4. 教師提問：大家試試看，這兩個組合 (圖 1-1)，經過旋轉或翻轉，你發現了什麼？	5 分鐘 10 分鐘	學習單 1-1 學習單 1-1	完成學習單 課程討論歷程 發表分享
(二) 引導學生畫出三連方、四連方所有可能性 1. 教師提問：接著試著畫畫看，如果是 3 個全等正方形連在一起，可以畫出幾種組合呢？ (答：2 種) 2. 教師提問：我們可以怎麼描述三連方部件呢？可以用什麼描述方式呢？ (隨機挑選兩位同學說明，並給予回饋) 3. 教師說明：我們也可以把三連方部件依上下兩層做描述 (圖 1-2)，依序從上層先開始再做下層的描述，如第一格的部件中，上層沒有正方形方格為 0，下層正方形方格有三格為 3，所以我們可以用 [0]-[3] 作為這個部件的描述，第二格的部件中，上層正方形方格有一個標記為 1，下層正方形方格有二格標記為 2，所以我們可以用 [1]-[2] 作為這個部件的描述 (僅為參考答案之一，教師可自行分類，並引導學生)。	10 分鐘	學習單 1-1	完成學習單 課程討論歷程 發表分享

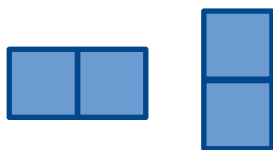


圖 1-1 二連方組合情形

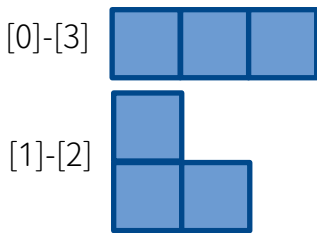
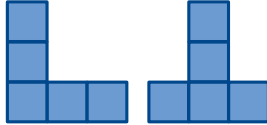
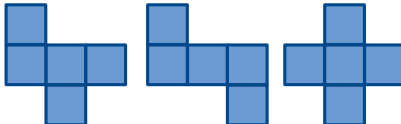
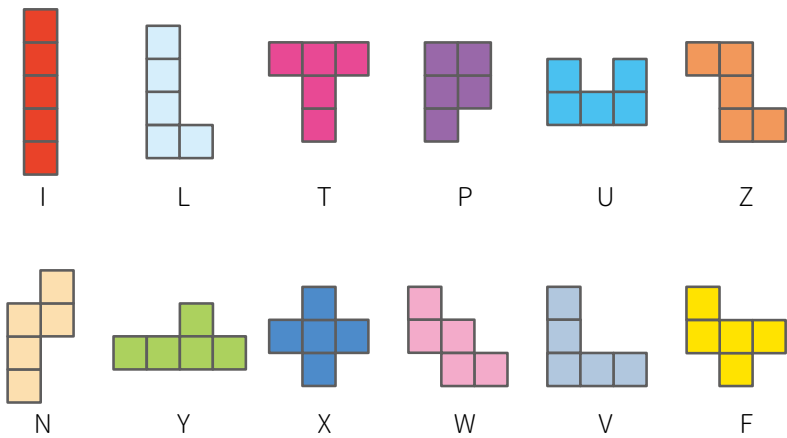
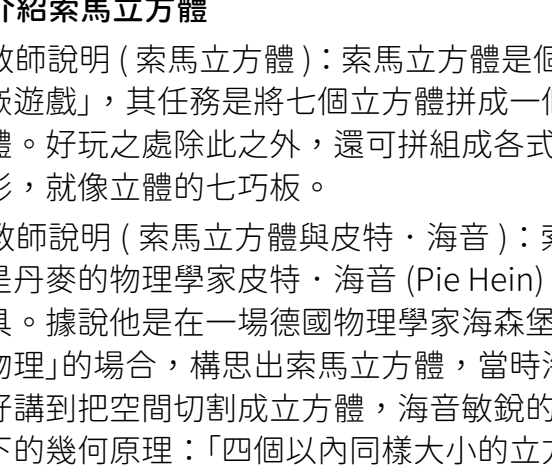


圖 1-2 三連方及三連方分類可能的分法

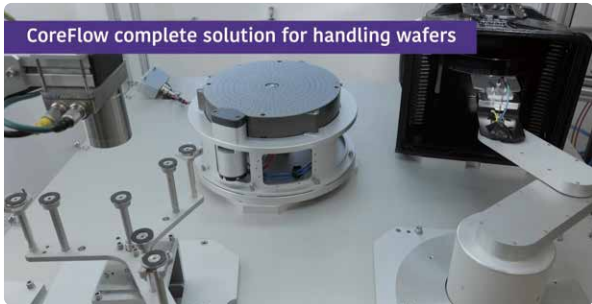
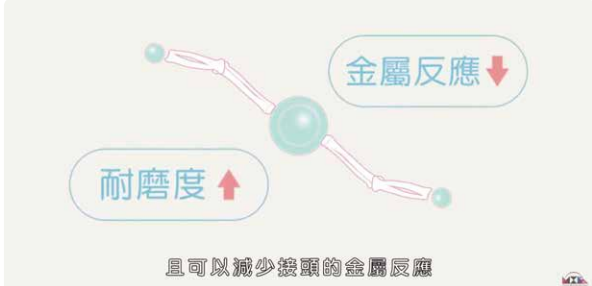
課程內容	時間	教學資源	評量方式 / 教學支援
4. 教師提問：如果是 4 個全等正方形連在一起，可以畫出幾種組合呢？（答：5 種） 5. 教師提問：我們可以怎麼描述四連方部件呢？可以用什麼描述方式呢？（隨機挑選兩位同學說明，並給予回饋） 6. 教師說明：我們也可以把四連方部件依上下兩層做描述（圖 1-3），依序從上層先開始再做下層的描述，如第一格的部件中，上層沒有正方形方格為 0，下層正方形方格有四格為 4，所以我們可以用 [0]-[4] 作為這個部件的描述。（僅為參考答案之一，教師可自行分類，並引導學生） 圖 1-3 四連方及四連方分類可能的方法 (三) 引導學生挑戰畫出五連方所有可能性 1. 教師提問：如果是 5 個全等正方形連在一起，可以畫出幾種組合呢？（答：12 種，如圖 1-4） 圖 1-4 五連方的組合 2. 教師提問：在畫圖的過程中，你如何確定所有的可能性都畫到了呢？有沒有什麼分類的方法？（每組同學派代表上台發表，每組 3 分鐘，教師給予回饋每組 2 分鐘）	10 分鐘 10 分鐘	學習單 1-1	完成學習單 課程討論歷程 發表分享

課程內容	時間	教學資源	評量方式 / 教學支援
3. 教師說明：我們也可以把五連方部件依上、中、下三層做描述 (圖 1-5)，依序從上層先開始再做中層、下層的描述，如第一格的部件中，上層沒有正方形方格為 0，中層沒有正方形方格為 0，下層正方形方格有五格為 5，所以我們可以用 [0]-[0]-[5] 作為這個部件的描述 (僅為參考答案之一，教師可自行做分類，並引導學生)。 [0]-[0]-[5]  [0]-[1]-[4]  [0]-[2]-[3]  [1]-[1]-[3]  [1]-[3]-[1]  [1]-[2]-[2]  圖 1-5 五連方及五連方分類可能的方法	5 分鐘		發表分享
三、統整活動			
(一) 回家作業：幫五連方 12 種組合編碼			
※ 教師提問：思考一下，如果我們要將這些圖形編碼，以便於組合時做紀錄，你有什麼好點子嗎？			
(二) 請各組協助清點遊戲盒中的部件，收好後繳交回講台。			
【第三、四節課】連方拼拼看			
一、引起動機：五連方圖形欣賞			
※ 教師分享各式由五連方拼成的圖形，與學生分享數學之美。			
二、發展活動			
(一) 分享五連方的編碼方式			
1. 全班分為 4 組，延續上次的回家作業討論可以用什麼方式幫五連方的 12 個部件編碼，互相分享自己的編碼方式	4 分鐘	五連方圖片	完成學習單 課程討論歷程 發表分享
2. 每組選出一種編碼方式，用 3 分鐘跟全班分享想法。	10 分鐘	學習單 1-2 小方塊	
	15 分鐘		

課程內容	時間	教學資源	評量方式 / 教學支援
3. 全班一起選出一個最便利於記錄的編碼方式，成為接下來拼圖任務的記錄代號。(圖 1-6 為參考答案，依學生的投票結果為主)  圖 1-6 五連方及五連方編碼可能的方法	10 分鐘		
(二) 試試看四連方及五連方是否能拼成正方形 1. 教師提問：接下來試試看，利用四連方的 5 種部件，是否可以拼出任何一種正方形？(引導學生思考為什麼不行？) 2. 教師提問：如果利用五連方的 12 種部件，是否可以拼出任何一種正方形？(討論可以拼出哪幾種正方形，並且試試看。)	4 分鐘 15 分鐘	學習單 1-2 小方塊	完成學習單 課程討論歷程 發表分享
(三) 討論五連方可以拼出哪幾種長方形 1. 教師說明：經過剛剛正方形的嘗試，大家想想看，利用五連方的 12 種部件，可以拼出哪幾種長方形？(討論可以拼出哪幾種長方形，並實際拼拼看。) 2. 教師說明：如果五連方的所有 12 種部件都要用到的話，可能可以拼出哪幾種長方形？(引導學生思考，可以拼出哪幾種長方形，並說明為什麼，最後實際拼拼看。)	15 分鐘 15 分鐘	學習單 1-2 小方塊	完成學習單 課程討論歷程 發表分享
三、統整活動 ※ 教師回顧課程：今天嘗試拼了很多種不同的正方形和長方形，大家要好好在學習單做記錄，並且進一步的去思考面積與方塊間的關係。	2 分鐘		
【第五、六節課】立體連方			
一、引起動機：魔術方塊欣賞 ※ 教師分享不同形狀的魔術方塊，與學生分享數學之美。	5 分鐘	魔術方塊 圖片	

課程內容	時間	教學資源	評量方式 / 教學支援
二、發展活動 (一) 介紹索馬立方體 1. 教師說明(索馬立方體)：索馬立方體是個有名的「裝嵌遊戲」，其任務是將七個立方體拼成一個正立方體。好玩之處除此之外，還可拼組成各式的立體圖形，就像立體的七巧板。 2. 教師說明(索馬立方體與皮特·海音)：索馬立方體是丹麥的物理學家皮特·海音(Pie Hein)發明的玩具。據說他是在一場德國物理學家海森堡演講「量子物理」の場合，構思出索馬立方體，當時海森堡正好講到把空間切割成立方體，海音敏銳的想像到以下的幾何原理：「四個以內同樣大小的立方體，以面相接，構成的所有不規則形狀，可以組合成一個較大的立方體」。海音很快地在紙上畫出七個形狀，共27個小立方體，可以組成一個3×3×3的立方體。演講結束之後，他把27個方塊黏成那七個形狀，很快的證實了自己的看法。這套方塊便以「索馬」的商標上市，從此風靡了北歐各國。	5分鐘 5分鐘	學習單 1-3 小方塊	完成學習單 課程討論歷程 發表分享
(二) 嘗試切出索馬立方體的七個部件 1. 請學生試著切出皮特·海音所畫出的七個部件(可以利用小方塊，讓學生方便做組裝)。 2. 教師提問：有人提出一個很棒的問題，切法的確有很多種，海音的是哪一種呢(三連方X1，四連方X6)?  圖 1-7 海音切法的索馬立方體及可能的編碼方式	10分鐘	學習單 1-3 小方塊	完成學習單 課程討論歷程 發表分享
3. 分組討論：彼此看看，根據三連方 ×1，四連方 ×6 這個規則(如圖 1-7)，各組組合出來形狀都一樣嗎？有沒有其他切法呢？	15分鐘		
(三) 將七個部件命名，利用部件完成組合任務 1. 部件命名：學生分組討論，幫剛剛切出來的七種部件命名，想想看有沒有比較適合的名稱或編號。每組派代表上台分享編碼，並投票選出最適合的編碼方式(以學生討論出的結果為主)。	15分鐘	學習單 1-3 小方塊	完成學習單 課程討論歷程 發表分享

18

課程內容	時間	教學資源	評量方式 / 教學支援
1. 晶圓電子業的應用 https://reurl.cc/A0QEkQ  2. 物流業的應用 https://reurl.cc/6Q1pNb  3. 工業的應用 (影片從 0'00 觀看至 4'30) https://reurl.cc/bILZVE  4. 醫療業的應用 https://reurl.cc/r6MDlb  5. 服務業的應用 https://reurl.cc/DoGyZe 			

課程內容	時間	教學資源	評量方式 / 教學支援
6. 摧毀炸彈的應用 https://reurl.cc/L6RmmK  遠端防爆新戰力 台北 TVBS NEWS 全台首曝光MIT防爆機器人 摧毀爆裂物 掌握新聞脈動 ▶ 訂閱TVBS NEWS頻道			
(二) 機器手臂的趨勢 1. 閱讀科學人雜誌「宜家機器人－現在機器人能幫你組裝 IKEA 家具」。IKEA, Robot 作者 / 格內麥爾 (Larry Greenemeier)，譯者 / 宋宜的文章。 2. 搭配影片，讓學生歸納現在機器手臂上的應用，並發想未來機器手臂的發展趨勢。 (https://reurl.cc/jvL1Wp，影片從 4'29 開始)  智慧工廠新變革！機械手臂智能再進化 20:49 恐嚇高鐵風，警追蹤電話來源，在台中逮捕嫌犯：詳情請鎖定	5 分鐘	學習單 1-4	閱讀文章 (科學人雜誌：宜家機器人－現在機器人能幫你組裝 IKEA 家具)
(三) 機器手臂發展心智圖 1. 教師引導學生使用 Coggle 軟體將機器手臂現階段在各行各業的應用彙整於心智圖，並發揮創意思考未來可能的應用。 2. 將 Coggle 心智圖下載並插入至學習單中，將學習單 1-4 (機器手臂應用篇) 上傳至雲端硬碟中。 3. 公開展示 1 至 2 位學生的作品。	15 分鐘	學習單 1-4 Coggle 應用軟體	完成學習單 發表分享
三、統整活動 (一) 教師回顧課程：機器手臂目前在各個角落都能看的到它，而不只是在工業上的應用。 (二) 延伸思考：請同學們回家思考看看，你覺得它還可以在哪些場域應用呢？	5 分鐘		

課程內容	時間	教學資源	評量方式 / 教學支援
【第八節課】機器手臂原理			
一、引起動機：Slido 集思廣益 ※ 學生至 slido 網頁，輸入 pin 碼，進入老師的提問區，寫出個人對於機器手臂在各行各業的應用上，其發展方向之看法與想法（如：使用機器手臂移動之物體體積大小，或手臂形式的發展方向等）。	10 分鐘	slido 問題區	slido 發表分享
二、發展活動 (一) 機器手臂的應用 1. 閱讀科技大觀園「產業機器人的技術與應用」文章。 2. 使用 Coggle 發展機器手臂現在與未來應用的心智圖，匯出並插入至學習單 1-4（機器手臂應用篇）。	5 分鐘	科技大觀園：產業機器人的技術與應用 Coggle 應用軟體 學習單 1-4	閱讀文章 完成學習單
(二) 機器手臂的原理 1. 觀看影片：教師請學生觀看機器手臂原理的影片。了解機器手臂的種類、形式、運作方式等內容。 (https://reurl.cc/1GymjQ)	2 分鐘	網路影片 學習單 1-5	完成學習單
			
2. 教師引導學生填寫學習單 1-5（機器手臂原理篇），討論機器手臂的形式、運作方式與移動方式。 3. 教師引導學生歸納機器手臂的發展趨勢（朝向愈來愈小、大型物件與危險等趨勢發展）。 4. 請學生填寫學習單 1-6（機器手臂發展趨勢場域表），說明不同場域中，心目中機器手臂的功能及其形式、運作及移動方式。	10 分鐘	學習單 1-6	完成學習單
5. 教師引導學生使用 AutoDraw、chateverywhere 與 playground ai 等工具，將心智圖中機器手臂的現在與未來發展方向的文字變成創意思考圖。 6. 將創意思考圖下載後將圖片插入於學習單 1-5（機器手臂原理篇），並上傳至雲端硬碟中。 7. 老師公開展示 1 至 2 位學生的現在與未來發展創意思圖作品。	15 分鐘	AutoDraw、chateverywhere、playground ai、Canva 魔法媒體軟體 學習單 1-5	運用多元軟體繪製創意思考圖 完成學習單 發表分享

課程內容	時間	教學資源	評量方式 / 教學支援
三、統整活動 ※ 教師回顧課程：今天我們完成了在不同場域中機器手臂的應用，以及將機器手臂的現在與未來發展文字說明轉化成創意思考圖，以便了解機器手臂在各個領域的發展性。	3 分鐘		
【第九節課】機器手臂認識與操作			
一、引起動機 (一) 教師提問： 想一想你的手指頭可以做哪些的活動，試著想一想機器手臂的末端工具有哪些運作方式呢？ (二) 機器手臂部件面面觀： 教師從紙箱中取出機器手臂各部件，擺放好機器手臂的位置，解說機器手臂的每個功能（如圖 1-9）	10 分鐘	Magician Lite 機器手臂	實機操作
(如圖 1-9)  圖 1-9 機器手臂的功能配置圖 (三) 開啟機器手臂： 教師將其接上電源（如圖 1-10）、打開電源開關（如圖 1-11）、接上電腦（如圖 1-12），接著至裝置管理員找 com1、com2 以外的連接埠是否已連接上機器手臂的裝置，倘若顯示有連接上連接埠，即表示連線成功。			
   圖 1-10 連接電源 圖 1-11 打開電源開關 圖 1-12 連接電腦			
二、發展活動 (一) 觀看影片： 教師引導學生觀看 Magician Lite 的簡介影片，讓學生說出有哪些發現，並說明機器手臂的形式、移動方式與運作方式。 https://reurl.cc/Wvl1g7	15 分鐘	網路影片	發表分享
			

課程內容	時間	教學資源	評量方式 / 教學支援
(二) 教師引導學生認識 Magician Lite 機器手臂與電腦連線後與所使用的電腦軟體 (studio 與 block) 介面介紹與積木程式的解說。 (三) 教師交待機器手臂的收納重點： 1. 教師教導將機器手臂分層收納的方式。 2. 安排值日生表，說明值日生輪值時的注意事項。 3. 值日生需提前至教室將機器手臂拿出放置於桌上，將機器手臂連接電腦並開通設備，以節省機器手臂的準備時間。 三、統整活動 (一) 教師回顧課程：今天我們認識了機器手臂的功能與其運作的方式。 (二) 延伸思考：請同學們回家思考如何使用機器手臂組正方體。	15 分鐘 3 分鐘 2 分鐘	Magician Lite 機器手臂 dobotstudio 與 dobotblock 軟體	
【第十節課】固定方塊位置			
一、引起動機：索馬立方體與正方體 ※ 發給每一位學生一套索馬立方體、一台 ipad 與學習單 1-7 (索馬立方體擺放位置圖)，學生將索馬立方體取出後，試著將索馬立方體組成立方體，呈現如圖 1-13 及圖 1-14 後，拍照並上傳至雲端硬碟。 圖 1-13 索馬立方體正面照 圖 1-14 索馬立方體邊角照	5 分鐘	索馬立方體 ipad 學習單 1-7	完成學習單
二、發展活動 (一) 學生將每一次使用索馬立方體組成立方體的成果，使用 ipad 將 6 個面拍照 (如圖 1-13)，及 4 個邊角拍照 (如圖 1-14)，共計 10 張，標記組別與姓名後，透過 air drop 傳給授課教師。 (二) 兩兩一組，小組成員思考 7 塊積木的固定位置、方塊移動順序與方塊組合的方式和其限制的條件。 (三) 教師引導運用機器手臂完成任務 1. 第一步：需先確定機器手臂的前端是使用吸取式或是夾爪式。 2. 第二步：機器手臂的移動方式有平移法與門型法，需釐清要採用哪一種移動的方法。	5 分鐘 15 分鐘 15 分鐘	學習單 1-8 ipad	完成學習單 課程討論歷程

課程內容	時間	教學資源	評量方式 / 教學支援
3. 機器手臂限制條件的思考：由於需要透過機器手臂移動，所以要思考機器手臂的限制（如：機器手臂只能水平方向旋轉，無法垂直轉動機器手臂前端的方向）。 4. 索馬立方體的擺放思考： (1) 倘若第一層（由下往上數）只有一個方塊，而第三層有超過一個以上的方塊，其在機器手臂移動時容易傾倒就不容易被吸取或夾取。 (2) 索馬立方體每一塊都要移動才能組立方體嗎？倘若以最短時間思考，是否有哪一塊不移動，其組成的速度會較有效率？ 5. 小組討論，將最後決定的固定位置畫在學習單上，並且討論每一塊方塊的移動順序與移動方法，將其錄影。 三、統整活動 (一) 教師提問：每一塊方塊都需要被移動嗎？若有一塊不需移動，放在哪個位置最適合呢？你們剛才討論出來的答案為何？ (二) 教師回顧課程：其移動的方式只需 6 次，至於需要移動哪一塊方塊，請同學將發表的意見記錄下來，以便下一節課實作時使用。	5 分鐘		
【第十一節課】座標系與位置記錄			
一、引起動機 (一) 教師介紹：Magician Lite 機器手臂的移動方式、dobot studio 軟體介面、連接硬體設備與記錄座標值的實機操作。其軟體的介面如圖 1-15、圖 1-16 與圖 1-17 所示，並教導機器手臂完成座標紀錄的口訣為「按、拖、放」。	5 分鐘	dobot studio 軟體與安裝 按 - 拖 - 放 操作影片	
 圖 1-15 軟體連接機器手臂的設定			
 圖 1-16 座標記錄的軟體介面			
 圖 1-17 每一項動作的座標記錄			

課程內容	時間	教學資源	評量方式 / 教學支援																											
(二) 教師發放學習單 1-9 (機器手臂移動路徑記錄表) 給學生，並請各組安排負責方塊的先後順序，預告此學習單等等會用得到，先請組長收好。 二、發展活動 (一) 感受覺察階段：教師透過驅動性問題，讓學生專注學習。 ※ 教師提問：X 軸、Y 軸、Z 軸、R 值、J1 值 -J4 值的移動為何？ (二) 建構知能階段：教師請學生觀察、記錄機器手臂的數據與運行模式。 1. 機器手臂的移動觀察 (1) 請學生在教師移動機器手臂時觀察座標軸的移動 (觀察重點建議如下表)。 <table><tr><th>坐標軸</th><th>移動方向</th><th>觀察重點</th></tr><tr><td>X 軸</td><td>前後移動</td><td>X 軸點選 X +，其移動方向為何？</td></tr><tr><td>Y 軸</td><td>左右移動</td><td>Y 軸點選 Y +，其移動方向為何？</td></tr><tr><td>Z 軸</td><td>上下移動</td><td>Z 軸點選 Z +，其移動方向為何？</td></tr><tr><td>R 軸</td><td>旋轉方向</td><td>R 值點選 R +，其旋轉方向為何？</td></tr></table> (2) 請學生歸納出 X 軸、Y 軸、Z 軸與 R 值的移動與旋轉角度的數值變化，並且教導其新增數據、刪除數據、修改數據與儲存數據的方式。 2. 機器手臂的運作模式 (1) 教師說明機器手臂運行模式共有三種 (如下表)： <table><tr><th>運行模式</th><th>代號</th><th>說明</th></tr><tr><td>關節運動</td><td>MOVJ</td><td>在 A 點移動至 B 點時，無論軌跡如何，每個關節會從初始角度運行到目標角度。</td></tr><tr><td>直線運動</td><td>MOVL</td><td>每個關節將從 A 點移動到 B 點的直線軌跡。</td></tr><tr><td>門型運動</td><td>JUMP</td><td>從 A 點到 B 點，關節以 MOVJ 方式移動，軌跡像一扇門。</td></tr></table> (2) 請學生在觀察後歸納出各種運行模式的差異之處。 (三) 想像實踐階段：學生依所學到的知能去實作。 1. 每一位學生輪流操作機器手臂，操作過的學生可以教導同一組未操作過的學生。 2. 學生在操作機器手臂時將數值填入學習單 1-9 (機器手臂移動路徑記錄表)。 3. 同組成員彼此分享實作數據記錄、機器手臂的移動、運行模式等，並依口訣「按—拖—放」了解機器手臂的運作與設定吸盤的吸取與釋放時機，在實作中歸納出機器手臂的最佳運作方式。	坐標軸	移動方向	觀察重點	X 軸	前後移動	X 軸點選 X +，其移動方向為何？	Y 軸	左右移動	Y 軸點選 Y +，其移動方向為何？	Z 軸	上下移動	Z 軸點選 Z +，其移動方向為何？	R 軸	旋轉方向	R 值點選 R +，其旋轉方向為何？	運行模式	代號	說明	關節運動	MOVJ	在 A 點移動至 B 點時，無論軌跡如何，每個關節會從初始角度運行到目標角度。	直線運動	MOVL	每個關節將從 A 點移動到 B 點的直線軌跡。	門型運動	JUMP	從 A 點到 B 點，關節以 MOVJ 方式移動，軌跡像一扇門。	2 分鐘 10 分鐘 10 分鐘 10 分鐘	學習單 1-9 Magician Lite 機器手臂 學習單 1-9 Magician Lite 機器手臂 學習單 1-9	完成學習單 實機觀察與記錄 實機操作完成學習單
坐標軸	移動方向	觀察重點																												
X 軸	前後移動	X 軸點選 X +，其移動方向為何？																												
Y 軸	左右移動	Y 軸點選 Y +，其移動方向為何？																												
Z 軸	上下移動	Z 軸點選 Z +，其移動方向為何？																												
R 軸	旋轉方向	R 值點選 R +，其旋轉方向為何？																												
運行模式	代號	說明																												
關節運動	MOVJ	在 A 點移動至 B 點時，無論軌跡如何，每個關節會從初始角度運行到目標角度。																												
直線運動	MOVL	每個關節將從 A 點移動到 B 點的直線軌跡。																												
門型運動	JUMP	從 A 點到 B 點，關節以 MOVJ 方式移動，軌跡像一扇門。																												

課程內容	時間	教學資源	評量方式 / 教學支援
4. 每一位學生在操作機器手臂後，可以再調整每一個移動方塊的先後順序、擺放位置、移動方式、運作模式等。 (四) 公開分享階段：學生將成果展示。 ※ 教師請各組的學生分享索馬立方體組正方體的解決方法，並展示移動的軌跡記錄表，將檔案上傳至雲端硬碟。 三、統整活動 ※ 反思與總結：教師請同學將每一塊索馬立方體移動的軌跡記錄在學習單 1-9 (機器手臂移動路徑記錄表) 內。請各組討論目前的移動方式是最佳解嗎？有其他的移動方式嗎？	5 分鐘 3 分鐘	雲端硬碟 學習單 1-9	發表分享 完成學習單 發表分享
【第十二節課】程式組立方體			
一、引起動機 ※ 課程準備：教師將學習單 1-9 (機器手臂移動路徑記錄表) 發還各組，並請學生至雲端硬碟中下載索馬立方體組正方體的數據記錄檔。 二、發展活動 (一) 軟體介紹：教師開啟 dobotblock 軟體，介紹軟體介面 (如圖 1-18 所示) 與模組化程式積木的功能，教導學生使用函式的功能及軟體連接硬體的方法 (特別強調 dobotblock 軟體與 dobotstudio 軟體只能啟動一套軟體連接一台機器手臂，兩套軟體無法同時運行)，也特別介紹「回到原點 (home)、運動 (motion)、檢測 (status)」等功能與操作方式。也向學生說明接下來每一塊索馬立方體的組成，都會運用函式的功能來做模組化的程式設計。	1 分鐘 5 分鐘	學習單 1-9 雲端硬碟 dobotblock 軟體 dobotstudio 軟體 安裝迴圈與函式的教學簡報	
 圖 1-18 機器手臂程式軟體功能介紹			

課程內容	時間	教學資源	評量方式 / 教學支援
(二) 記錄值與程式的對照與程式撰寫的示範操作：教師教導學生打開 dobotblock 與 dobotstudio 兩套軟體，解說 dobotstudio 軟體中索馬立方體組正方體的數據記錄檔和 dobotblock 軟體的程式對應之處 (如圖 1-19)，以便讓學生將之前記錄的數值套用在 dobotblock 軟體的程式積木，快速上手新的軟體。  圖 1-19 座標系記錄值與程式相對應位置圖	5 分鐘	dobotblock 軟體 dobotstudio 軟體 Magician Lite 機器手臂	實機操作
(三) 小組操作：小組的每一位成員撰寫並執行 6 個索馬立方體的程式，在程式運行過程中，除錯每一塊積木程式，以便能修正錯誤直到將索馬立方體組成正方體，學生在實作中也熟練 dobotstudio 與 dobotblock 兩套軟體使用方式。	4 分鐘		
(四) 記錄與修正數據：索馬立方體組正方體的移動路徑記錄表可以隨著實作的過程中不斷修正數值，並記錄下來，以便後續比賽時能更有效率的執行程式。	2 分鐘		
(五) 遊戲競賽：教師使用遊戲競賽的方式增加趣味性與挑戰性，激發其團隊合作的精神，比賽規則如下： 1. 比賽分為初賽與複賽，初賽是練習，初賽過後仍然可以調整棒次，複賽才計分。 2. 每人限制 1.5 分鐘的實作時間。 3. 交換棒次的時間為 30 秒鐘。 4. 程式可以預先寫好，但是要輪到該棒次時，機器手臂才能運行該方塊的積木程式。 5. 在運行程式的過程中，小組成員可以給建議，但是不能幫輪到棒次的同學實作，以免違反比賽規則。 6. 複賽時，依上述的比賽規則進行，以完成使用索馬立方體組正方體最多的組別為獲勝組。	初賽 12 分鐘 複賽 12 分鐘	dobotblock 軟體 dobotstudio 軟體 Magician Lite 機器手臂	實機操作 團隊合作
三、統整活動 (一) 反思與總結：教師引導學生討論，在競賽的過程中，倘若有一塊未完成就無法完成下一塊索馬立方體的堆疊，此時小組的解決策略為何？機器手臂將索馬立方體擺放的位置不如預期結果，又有比賽時間壓力時，可以採用何種策略解決問題呢？ (二) 收回學習單 1-9 (機器手臂移動路徑記錄表)。	4 分鐘		

認識連方

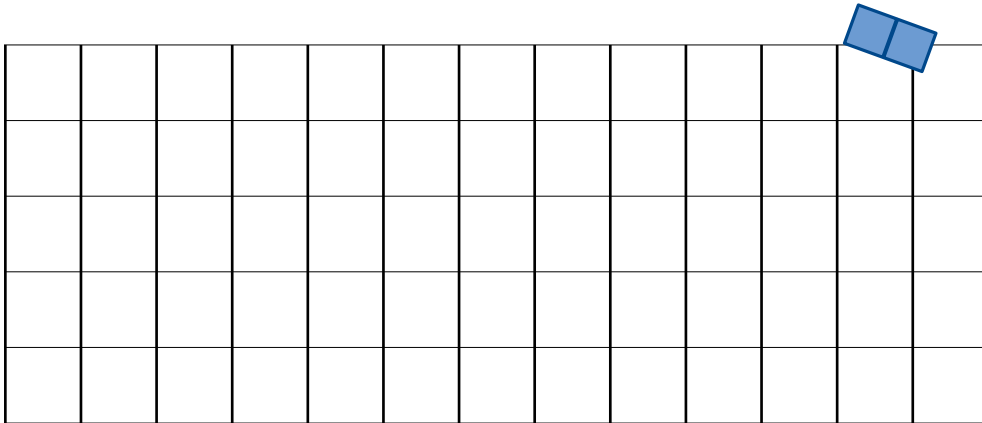


課程的一開始，先來玩玩看 Square 這個遊戲吧！～
仔細觀察這個桌遊的各個小零件，你有發現什麼特別的地方嗎？

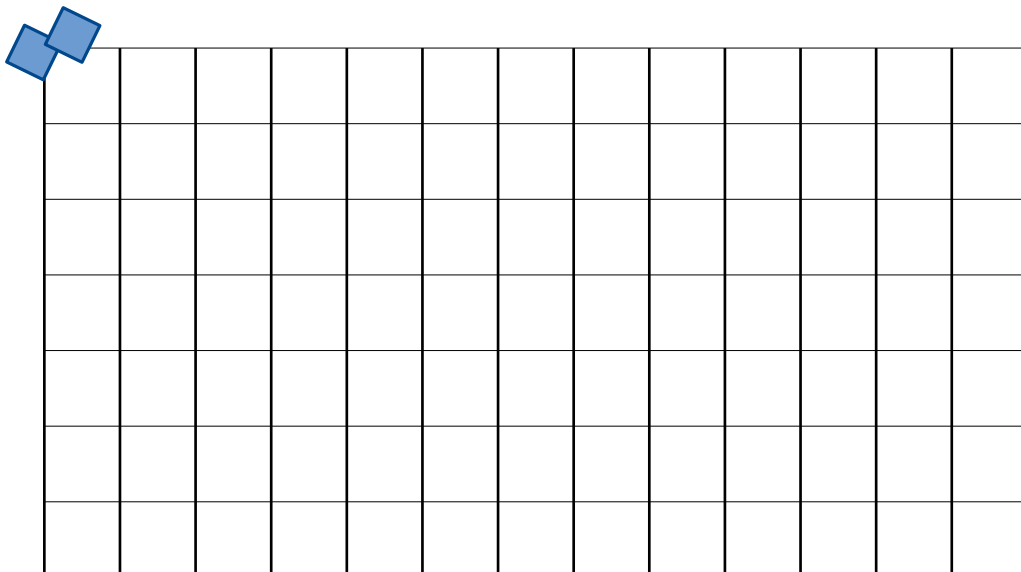
一、什麼是連方？

▶ Square 桌遊的各個小零件，有多少種連方？

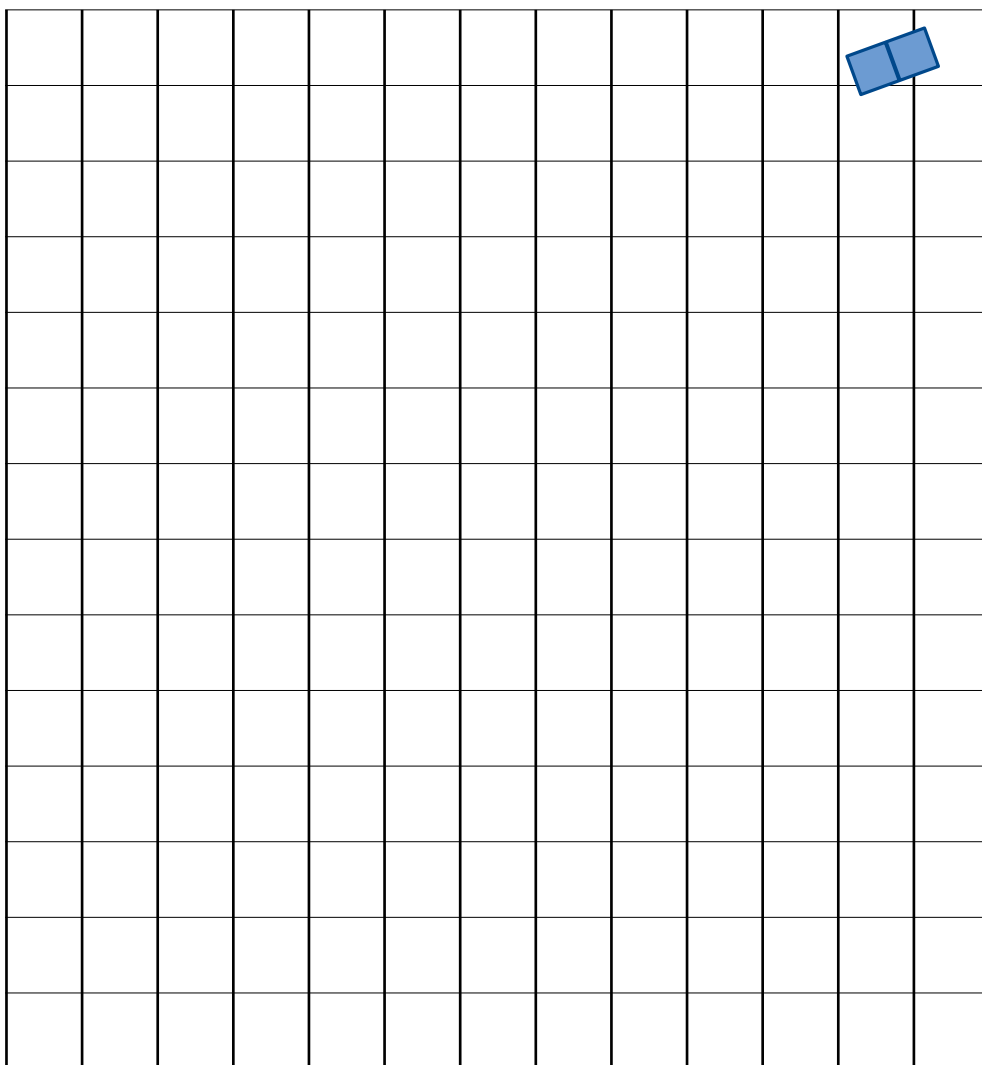
▶ 請畫出三連方所有可能。



▶ 請畫出四連方所有可能。



▶ 請畫出五連方所有可能。

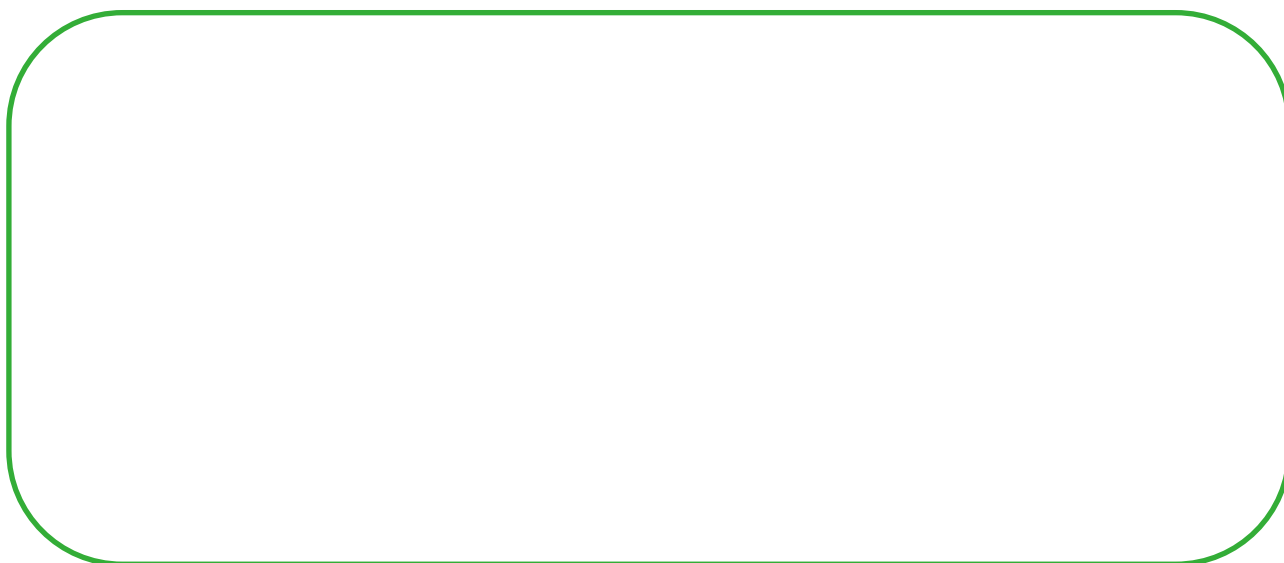


二、分類與編碼

▶ 三連方分類與編碼



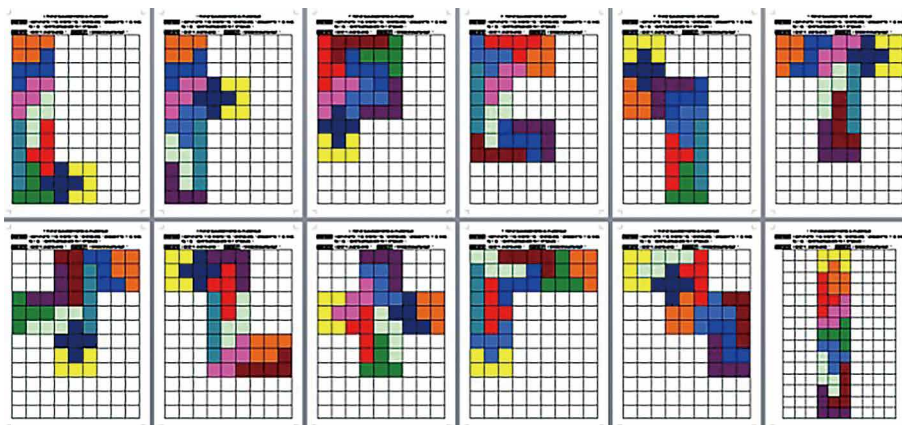
► 四連方分類與編碼



► 五連方分類與編碼



連方拼拼看



觀察上方圖片，你發現了什麼？

一、能否拼出正方形？

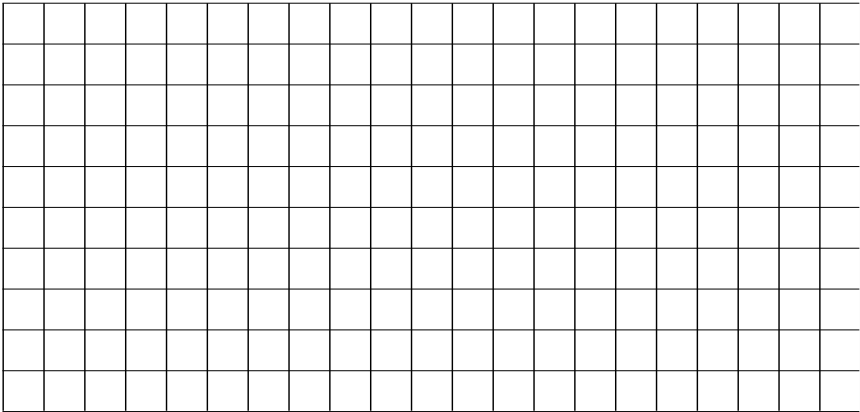
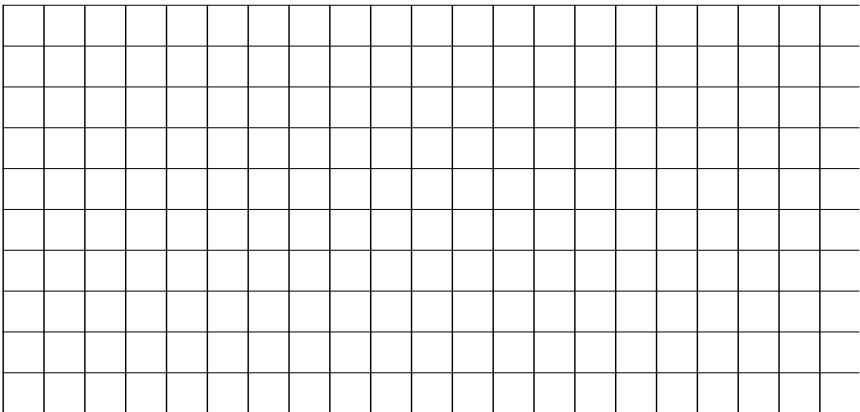
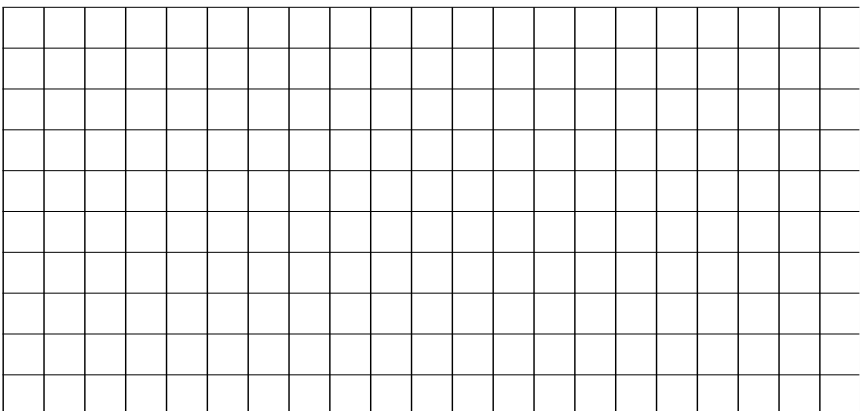
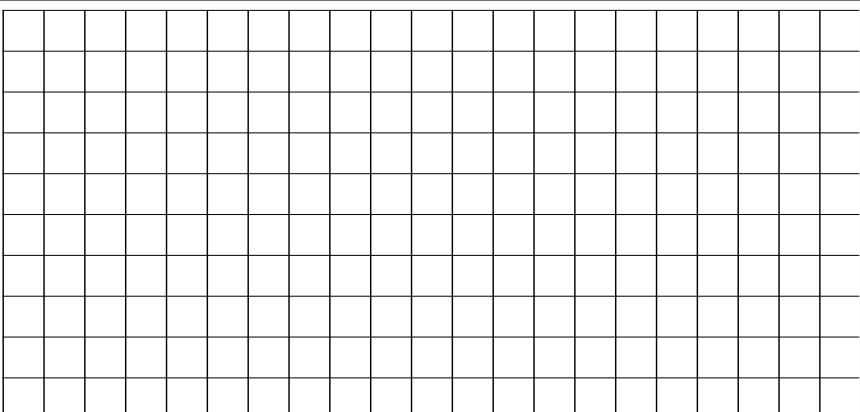
▶ 試試看利用四連方的 5 種部件，是否可以拼出任何一種正方形？

▶ 試試看利用五連方的 12 種部件，是否可以拼出任何一種正方形？

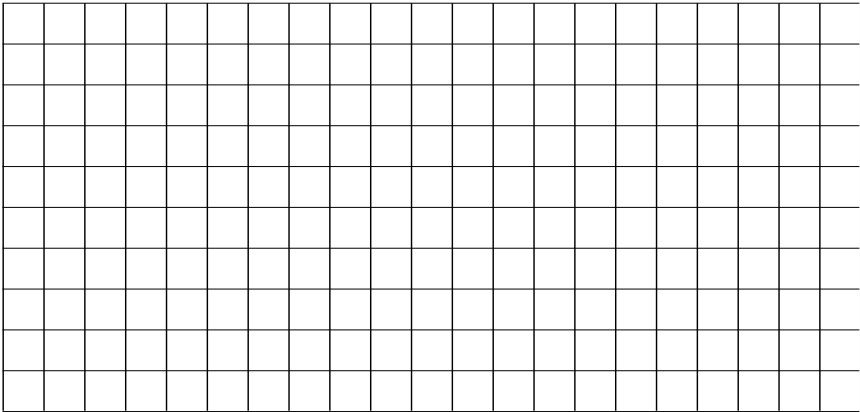
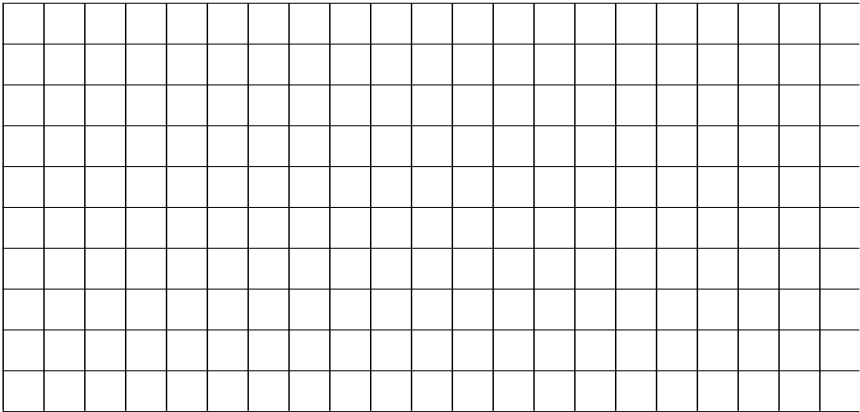
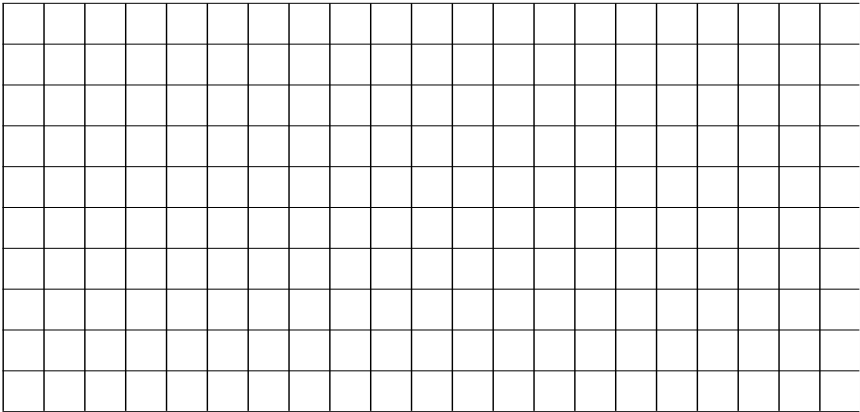
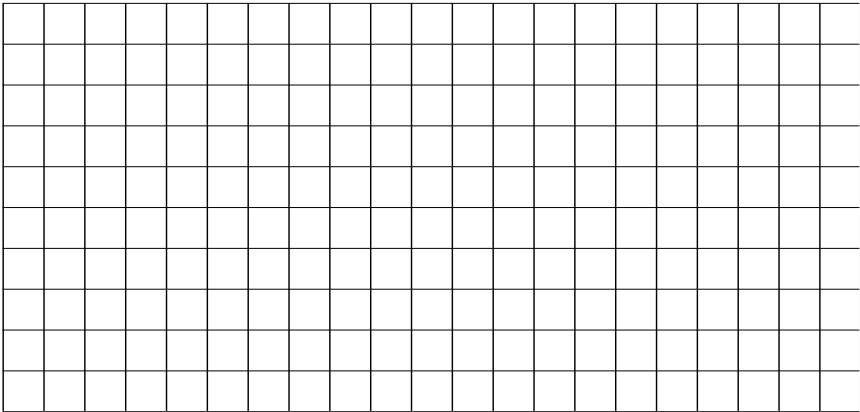
正方形規格	五連方編號	畫出拼得的正方形圖案
		▶ 試想，到底有幾種可能？ ▶ 只有這些可能嗎？為什麼？

二、能否拼出長方形？

▶ 試試看利用五連方的 12 種中**部分的**部件，試試看你能拼出哪幾種長方形？

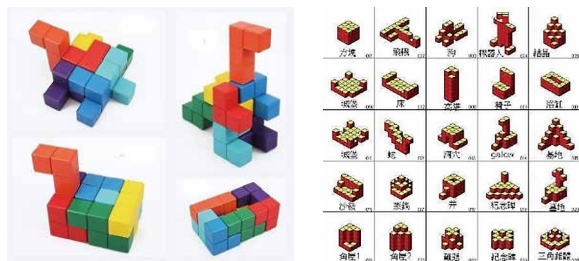
長方形 規格	五連方 編號	畫出拼得的長方形圖案
		
		
		
		

► 若五連方的 12 種部件每個都要用到，試試看你能拼出哪幾種長方形？

長方形 規格	五連方 編號	畫出拼得的長方形圖案
		
		
		
		

你有發現什麼嗎？

立體連方



一、利用小方塊組合成的 $3 \times 3 \times 3$ 立方體，嘗試切出索馬立方體的七個部件。

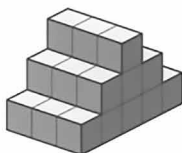
▶ 完成後請拍照記錄下來，並將七個部件命名！

二、試著利用索馬立方體的七個部件完成下列組合任務。

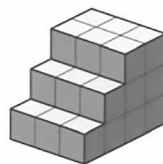
(1)高塔



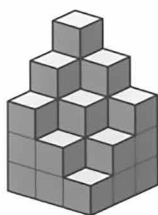
(2) 階梯（一）



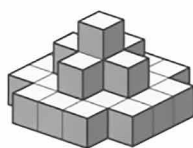
(3) 階梯（二）



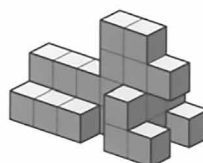
(4)水晶



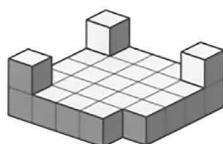
(5)金字塔



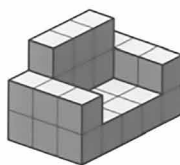
(6)狗



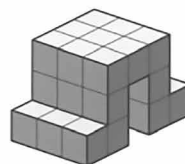
(7)城堡



(8)沙發



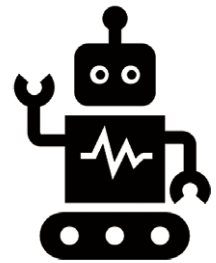
(9)山洞



上面的挑戰你完成了那些呢？

- ▶ 以組合成 $3 \times 3 \times 3$ 的立方體為目標，除了皮特·海音的切割方法，你還能想出幾種切割方式呢？

機器手臂 應用篇



組別：_____ 組長年班號及姓名：_____ 組員年班號及姓名：_____

機器手臂也可以組傢俱哦

你對宜家 (IKEA) 家具的組裝一籌莫展嗎？那麼你勢必知道，由機器人接手這項工作是多麼吸引人的事。機器人學家致力於製作出聰明靈巧的機器人，能把螺絲和木栓鎖進孔中，組裝這家瑞典公司的複雜 DIY 家具組是他們多年來的目標。

新加坡南洋理工大學的工程師現在能藉由雙臂機器人組裝 STEFAN 系列的椅子，機器人憑藉感測器和程式，不需人類動手便可完成大部分組裝。該團隊把這項壯舉發表於今年 4 月《科學·機器人學》。

此機器人運用機器手臂、平行夾爪、感測器和 3D 相機，遵循約 50 個指示步驟，在 20 分鐘內組裝完椅子的框架。除此之外，機器人是「由已量產的現成零件所製成，因此我們研發的技術不久後就能實際應用在工廠中。」

南洋理工大學機械和航太工程系的助理教導范光強 (Quang-Cuong Pham) 如此說道。與他一同製作機器人的，還有薩瑞茲－魯伊斯 (Francisco Suárez-Ruiz) 和周銜 (Xian Zhou)。他們使用傳統的電腦程式碼對機器人設定程序，並非透過機器學習來訓練機器人組裝。范光強表示，他們專注在機器人的感知、排程和控制功能，而不是藉由人工智慧 (AI) 進行更抽象的推理。美國康乃爾大學電腦科學系助理教導克奈普 (Ross Knepper) 並未參與這項研究，他評論，機器手臂的動作看起來或許既緩慢又沉悶，但把木栓插入孔中是「機器人技術中的超級難題」。

克奈普在 2013 年參與麻省理工學院 (MIT) 團隊，製作出自動機器人「IkeaBot」系統，成功組裝了宜家家具 LACK 系列的邊桌。克奈普說：「我當時憑藉視覺來解決插栓入孔的問題，但是南洋理工大學的研究人員以觸覺回饋達到這一點：感知木栓是否插入孔中。這兩種方法都是為宜家家具而研發，但是對機器人技術的貢獻非常不同。」南洋理工大學團隊打算針對不同任務設定程序，以組裝其他類型的家具。克奈普說：「我們尚未製作出能組裝宜家目錄上所有家具的機器人系統，不過達成此事是我們的夢想。」

～科學人雜誌：宜家機器人－現在機器人能幫你組裝 IKEA 家具。IKEA, Robot 作者／格內麥爾 (Larry Greenemeier) 譯者／宋宜～

看完以上的文章及相關的影片後，你看到了機器手臂的現代應用有哪些？你們覺得未來應用的趨勢為何？

<https://www.youtube.com/watch?v=805SuQZOJvY>

● 機器手臂的現代應用有哪些？機器手臂未來應用的趨勢為何？

(請用心智圖繪製後，插入心智圖)

機器手臂 原理篇

組別：_____ 組長年班號及姓名：_____ 組員年班號及姓名：_____

機器手臂的原理

看完以上的文章及相關的影片後，你看到了機器手臂的相關知識有哪些呢？

產業機器人的技術與應用：

<https://scitechvista.nat.gov.tw/Article/c000003/detail?ID=4f484995-7d9d-452a-8117-7af43de61377>

機器手臂的原理：

https://drive.google.com/file/d/1G_QYEeXY0AzrWM3REPuQCdByDbG0jJew/view?usp=drive_link

1. 機器手臂的相關知識？

例：全世界第一部產業機器人 (機器手臂) 的名稱是？及其相關的知識為何？

2. 機器手臂的形式為何？



3. 機器手臂的運作方式為何？



4. 機器手臂的移動方式為何？



5. 試著寫出或畫出機器手臂的形式、運作及移動方式為何？

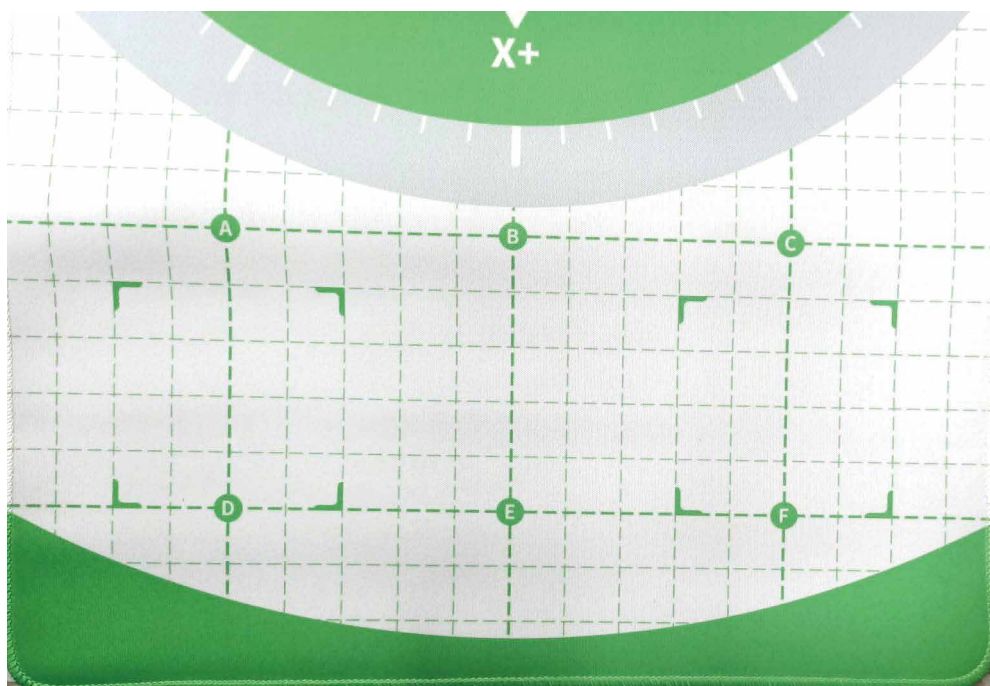
suction cup、soft gripper、pen Holder

參考網址：<https://dobot.hk/video/>、<https://www.autodraw.com/>

機器手臂發展趨勢場域表

機器手臂發展趨勢	機器手臂的運作方式 (夾爪、吸盤、筆 及其他方式)	適用場域
愈來愈小		
大型物件		
危險物品		
其他		

索馬立方體擺放位置圖



組立方體過程記錄簿：(第一層動線規劃圖)

組別：

年班號：

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
1																		
2																		
3																		
4																		
5																		
6																		
7																		
8																		

組立方體過程記錄簿：(第二層動線規劃圖)

組別：

年班號：

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
1																		
2																		
3																		
4																		
5																		
6																		
7																		
8																		

組立方體過程記錄簿：(第三層動線規劃圖)

組別：

年班號：

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
1																		
2																		
3																		
4																		
5																		
6																		
7																		
8																		

機器手臂移動路徑記錄表

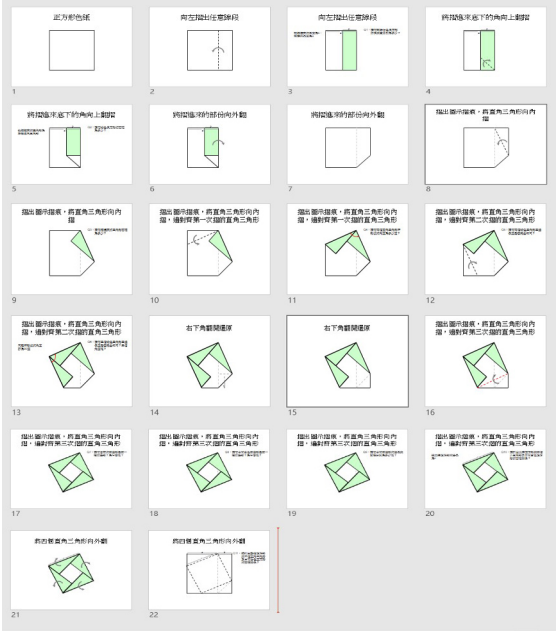
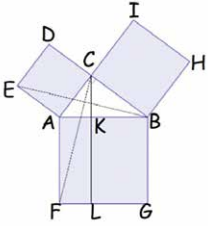
組別： 組員： 第 塊積木的移動路徑

[illegible]

● 第二單元：畢氏之美 (共 10 節課，450 分鐘)

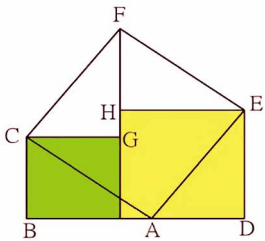
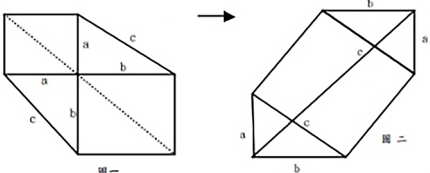
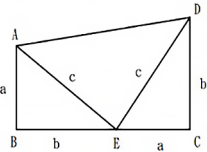
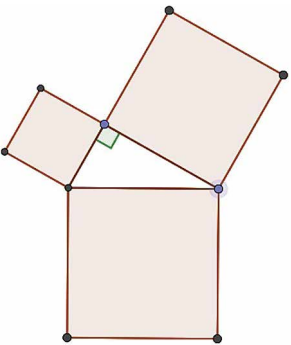
教學目標	1. 理解歐幾里得證明畢氏定理的方法。 2. 透過資料收集與小組討論，了解中西方著名學者證明畢氏定理的方法，並能解說證明方式。 3. 透過剪紙拼貼嘗試證明畢氏定理，並能深入討論歸納可行的原因。 4. 能理解雷射切割機的原理與應用。 5. 能利用雷射切割機製作畢氏七巧板。 6. 能利用雷射切割機製作畢氏定理拼圖收納盒。			
學習內容調整	[平行課程] 翰林版國中數學課本第三冊：第二單元第三章畢氏定理 [充實課程] 1. 引導獨立思考歐幾里得的證明方式 (加廣) 2. 小組探究中西方著名學者的證明，並上台報告 (加深 + 加廣) 3. 透過剪紙拼貼的方式嘗試證明畢氏定理 (加廣) 4. 深入討論剪紙拼貼的結果，並歸納其可行的原因 (加深 + 加廣) 5. 利用 Inkscape 結合 RDWorks 設計畢氏巧拼的部件，透過雷射切割機將作品列印出來 (加深 + 加廣 + 跨領域) 6. 根據資優學生學習特質加入「創造性」與「挑戰性」的實作課程等多元活動 (加廣)			● 加深 ● 加廣 ● 跨領域 / 科目統整教學主題
學習歷程調整	1. 國中第三冊第二單元第三章畢氏定理，透過畢達哥拉斯在宴會中觀察地上磁磚的故事說明了畢氏定理。本課程的設計為讓學生做更深入的思考，以原本歐幾里得的證明方式做為引導，讓學生嘗試思考不同的證明方式。接著讓學生進行資料蒐集與小組討論，了解中西方著名學者證明畢氏定理的方法，並且上台解說其證明方式。最後透過剪紙拼貼的方式嘗試證明畢氏定理，深入討論並歸納其可行的原因。 2. 學習使用應用軟體與雷射切割機，並實作中了解雷射切割機的原理與其運作方式。			● 高層次思考 ● 開放式問題 ● 發現式學習 ● 多樣性的歷程
學習環境調整	課程階段	授課教室	學習資源	學習模式
	第 1~4 節	資優班普通教室 (數學教室)	教師自編教材	由教師引導獨立思考或與同儕進行討論
	第 5~10 節	電腦教室 (一人一機)	教師自編教材	教師示範介面操作，經由實作練習 Inkscape 軟體與 RDWorks 操作技能，完成雷射作品。
學習評量調整	學生能依以下不同的形式呈現作品： 1. 「穿越古今的三角關係學習單」作業 2. 小組上台報告各種不同畢氏定理的證明方式 3. 以數學軟體創作畢氏定理拼圖的切割 4. 畢氏巧拼各部件的設計與列印 5. 畢氏巧拼縮放與測量邊長後完成盒子的部件 6. 畢氏定理拼圖收納盒的設計與列印			● 呈現多元的實作與作品
教學資源	自編教材、RDWorks、Inkscape 軟體、雷射切割機 (以下簡稱「雷射機」)			
參考資料	教育部審定翰林版國中數學課本第三冊			

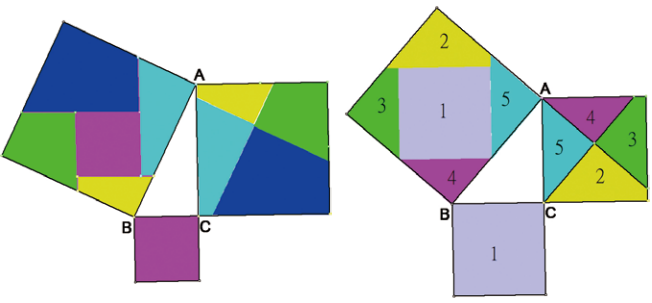
● 教學流程

課程內容	時間	教學資源	評量方式 / 教學支援
【第一節課】穿越時空的三角關係			
一、引起動機：摺紙活動 (一) 請學生利用色紙摺出面積關係，推出畢氏定理。 (操作說明如圖 2-1)	8 分鐘	色紙	實作操作
 圖 2-1 摺出畢氏定理的步驟			
(二) 展開後的整塊面積得等式 $(a+b)^2 = 4 \times \frac{1}{2}ab + c^2$ ，證 $a^2 + b^2 = c^2$			
二、發展活動 (一) 證明活動： 透過學習單 2-1 (穿越時空的三角關係) 的三個任務，了解歐幾里得證明畢氏定理的方式。			
 圖 2-2 歐幾里得的畢氏定理證明			
1. 任務一 (試說明正方形 ACDE 和 $\triangle ABE$ 的關係) (1) 預設答案：能夠發現連接正方形 ACDE 的對角線，並且看出是同底等高。 (2) 預設提示：連接正方形 ACDE 的對角線。 2. 任務二 (在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle AFC$ 之中，你看到了什麼共通點？這兩個三角形之間有什麼關係？) (1) 預設答案： a. 能說明兩三角形中 $\overline{AE} = \overline{AC}$ (= 正方形 ACDE 邊長)、 $\overline{AB} = \overline{AF}$ (= 正方形 BAFG 邊長) 以及 $\angle EAB + \angle CAB = \angle CAB + \angle CAF$ 。		學習單 2-1	完成學習單 課程討論歷程 發表分享

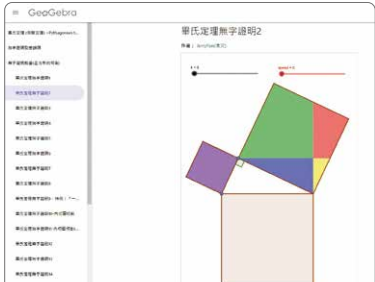
課程內容	時間	教學資源	評量方式 / 教學支援
b. 能說明 $\triangle AFC$ 是由 $\triangle ABE$ 順時針旋轉 90° (可由 $\overline{AE}$ 順時針轉 90° 至 $\overline{AC}$ 、 $\overline{AB}$ 順時針轉 90° 至 $\overline{AF}$) (2) 預設提示：最後可提及因整個三角形旋轉 90° ， $\overline{EB}$ 旋轉至 $\overline{CF}$ ，因此兩線段互相垂直。 3. 任務三 (1- 試說明 $\triangle AFC$ 和矩形 $AFLK$ 的關係。同任務一觀念) (1) 預設答案：能夠發現連接矩形 $AFLK$ 的對角線 $\overline{FK}$ ，並且能看出 $\triangle AFC$ 、 $\triangle AFK$ 是同底等高。 (2) 預設提示：連接矩形 $AFLK$ 的對角線 $\overline{FK}$ 。 4. 任務三 (2- 從以上三個問題你得到什麼結論？) ※ 預設答案：正方形 $ACDE$ 面積 = 矩形 $AFLK$ 面積 5. 請利用上述任務所得到的結論完整說明：正方形 $CBHI$ 面積 = 矩形 $BKLG$ 面積。 ※ 預設答案：正方形 $CBHI = 2 \triangle CBH = 2 \triangle BCG = 2 \triangle BKG =$ 矩形 $BKLG$ 。	5 分鐘 5 分鐘 5 分鐘 5 分鐘		
(二) 歐幾里得證法收尾 1. 教師說明：歐幾里得並無把畢氏定理轉換成數字上的關係，僅在圖形上作等積轉換。 2. 教師說明：歐幾里得還發現把直角三角形三邊上的正方形，改為相似的多邊形，股邊上的兩相似多邊形面積和等於斜邊上的多邊形面積。	3 分鐘	學習單 2-1	課程討論歷程
三、統整活動 (一) 教師回顧課程 (二) 回家作業： 上網搜尋中西方的畢氏定理證明各一種，下節課於小組分享討論與上台報告。	2 分鐘		
【第二節課】古今中外的三角關係			
一、引起動機： 畢氏定理分享 ※ 組內分享課前各自所找到的畢氏定理證明。	3 分鐘		課程討論歷程
二、發展活動 (一) 主題認領 1. 小組討論，從找到的畢氏定理證明方式中，提出一名想要特別介紹的學者及其證明方法。 2. 全班應找出五種不同的畢氏定理證明方式及學者介紹，為避免重複先確認各組想介紹的內容，若有重複再請各組查看是否有別的介紹選擇。 3. 每組可利用 IPAD、黑板，色紙或其他輔助的媒材，說明組別所分配到的畢氏定理證明方式及學者介紹。	15 分鐘	ipad 黑板 色紙	課程討論歷程

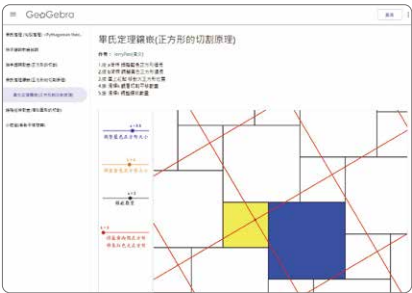
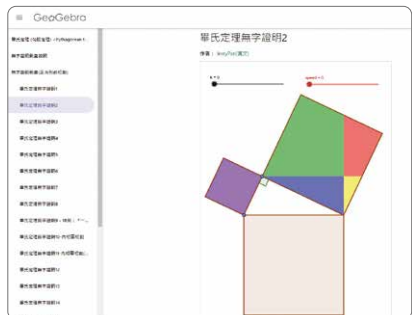
課程內容	時間	教學資源	評量方式 / 教學支援
(二) 學者介紹 1. 各組上台報告各學者的畢氏定理證明方法，每組 4 分鐘說明，並給予 1 分鐘讓其他組同學提問及予以回應。 2. 以下提供五位學者之報告參考： (1) 趙爽 (圖 2-3) 趙爽，名嬰，字君卿，據說是三國時期吳國的數學家。他深入研究《周髀算經》，發現商高定理的記載，最早出現在周髀算經的君卿注中。文中敘述商高 (西周大夫，B.C.1100 年) 曾提過「勾廣三、股四、徑偶五」，商高認為早在治水時期這個性質就會被運用。然而大家對於商高定理的認知通常出自於《周髀算經》對於子的敘述：「若求邪至日者，以日下為勾，日高為股，勾股各自乘，並而開方除之，得邪至日」，並指出測日的方法。後來趙爽 (A.D.300~400 年左右) 在注中所提到的「弦圖」(原圖已失，後人根據所述補繪，如圖 2-3)，才正式給出商高定理的證明：「勾股各自乘併之為弦實開方除之即弦，弦圈又可以勾股相乘為朱實二倍之為朱實四，以勾股之差自相乘為中黃實，加差實，亦成弦實。」；西方國家用同樣方法來證明的是印度數學家 Bhaskara-Acharya (A.D.1114~1185 年)，比趙爽晚了數百年。故「商高定理」又可稱為「陳子定理」、「勾股定理」、「勾股弦定理」。 圖 2-3 趙爽的畢氏定理證明 (2) 劉徽 (圖 2-4) 劉徽是魏晉時期數學家，曾注文：「勾自乘為朱方，股自乘為青方，令出入相補，各從其類，因就其餘不動也，合成弦方之冪。」，他是用以盈補虛的方法，用不同的顏色來標記有關的圖形。 圖 2-4 劉徽的畢氏定理證明	25 分鐘		發表分享

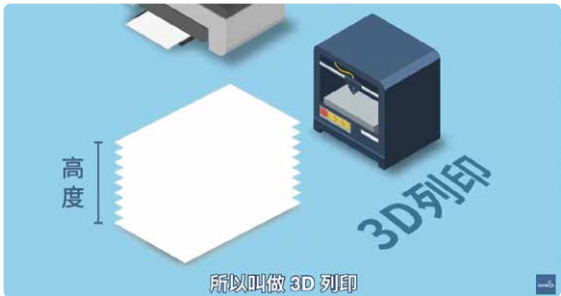
課程內容	時間	教學資源	評量方式 / 教學支援
(3) 梅文鼎 (圖 2-5) 中國的梅文鼎 (1633-1721 年) 及日本的建部賢弘 (1664-1721 年) 曾證明, $\triangle AED$ 順時針旋轉 90 度可重疊於 $\triangle EFH$、$\triangle ABC$ 逆時針旋轉 90 度可重疊於 $\triangle FCG$。  圖 2-5 梅文鼎的畢氏定理證明 (4) 達文西 (圖 2-6) 如將下圖 (圖 2-6) 當中的圖一沿虛線剪開, 取一片上下顛倒與另一片沿虛線拼貼成圖二; 比較兩圖, 可知圖一的兩個小正方形面積和等於圖二的大正方形面積。  圖 2-6 達文西的畢氏定理證明 (5) 美國總統加菲 Garfield (圖 2-7) $\because$ 梯形 $ABCD$ 面積 $= \triangle ABE + \triangle CDE + \triangle AED$ 面積 $\therefore \frac{(a+b)^2}{2} = 2 \times \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}c^2 \Rightarrow a^2 + b^2 = c^2$  圖 2-7 美國總統加菲的畢氏定理證明	2 分鐘		發表分享
三、統整活動 ※ 反思與總結：教師請學生思考，針對不同學派的證明方法，印象最深刻的是哪一個？為什麼？			
【第三節課】剪貼出神秘的 c^2			
一、引起動機：c^2 切割小試身手 ※ 發下學習單 2-2，請學生嘗試剪貼出 $a^2 + b^2 = c^2$ 的 c^2 (參考圖 2-8)。  圖 2-8 畢氏定理	10 分鐘	學習單 2-2 剪刀	完成學習單 課程討論歷程

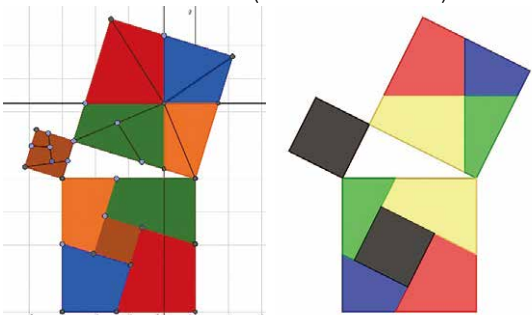
課程內容	時間	教學資源	評量方式 / 教學支援
二、發展活動 (一) 討論剪貼過程中遇到的困難 1. 教師提問：經過剛剛的嘗試，大家覺得這是一件容易的事嗎？在剪貼的過程中，你有發現什麼難處嗎？ 2. 預設答案（僅供參考） (1) 很容易有小空格補不齊。 (2) 不知道該從何下手開始剪。 (3) 亂撕拼貼很難成功。 (二) 成功者分享想法及剪貼方式 1. 請成功的同學分享如何剪貼將圖形補滿。 2. 如全班沒有人成功，則教師另提供一個範例（如圖 2-9）。	10 分鐘 10 分鐘	學習單 2-2 	課程討論 歷程 發表分享
 圖 2-9 畢氏定理幾何證明可能的切割方式 (三) 思考並證明其可以剪貼成功的原因 1. 請學生證明如何精準的剪貼出範例（圖 2-9）的狀況。 2. 建議以直角三角形三邊長為 3、4、5 來做證明。	10 分鐘 5 分鐘	課程討論 歷程 發表分享	課程討論 歷程 發表分享
三、統整活動 (一) 教師回顧課程 (二) 回家作業： 請學生回家註冊線上版 GGB 帳號，下節上課會使用。			

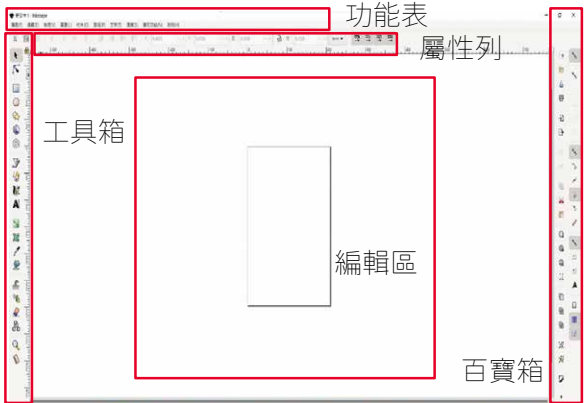
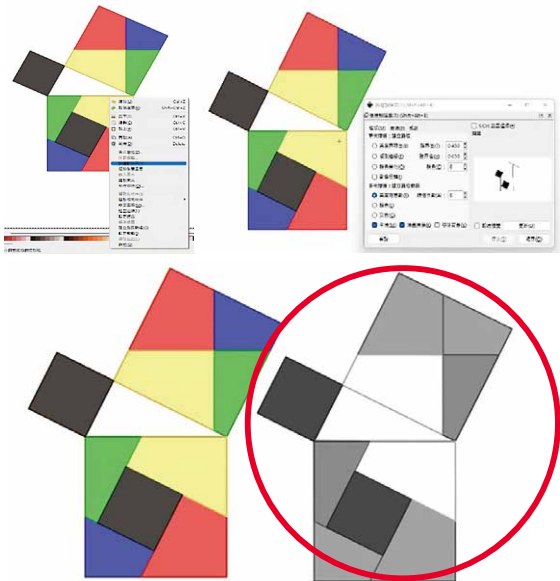
【第四節課】畢氏定理拼圖

一、引起動機 (一) 介紹 GGB 中的畢氏定理無字證明 1. 證明方式 1 https://reurl.cc/7M5bZ9  2. 證明方式 2 https://reurl.cc/Xm7aOa 	5 分鐘	GGB 網頁 ipad (或至電腦教室上課)	課程討論 歷程
--	------	------------------------------	------------

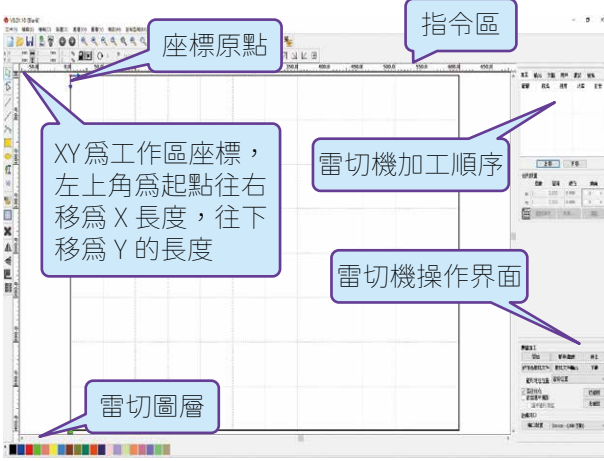
課程內容	時間	教學資源	評量方式 / 教學支援
(二) 透過上星期的剪紙活動與動畫的觀察，引導學生發現切割線與直角三角形斜邊之間的關係。 二、發展活動 (一) 觀察兩個小正方形如何填滿紅色正方形 - 透過 GGB 軟體展示，觀察原理運作情形 https://reurl.cc/ZypopW  - 教師提問：請同學觀察圖形中的切割線如何形成，並觀察移動紅色點點會如何分割兩個小正方形，切割得有何不同？ (二) 如何將黃色及藍色正方形用兩條直線切出最少塊數 - 移動藍色或黃色正方形滑桿，請學生觀察紅色正方形如何變化。 - 教師介紹斜率的定義。 (三) 用 GGB 畫出紅色切割線並嘗試移動 - 透過 GGB 軟體展示，觀察原理運作情形 https://reurl.cc/7M5bZ9  - 教師說明：我們再次觀察這個圖形，會發現直角三角形斜邊平行其中一條切割線，而另一條會垂直第一條切割線，我們可以利用 GGB 示範畫出兩條切割線。 - 教師說明只要有了基礎的紅色切割線就可以自行變換。 https://reurl.cc/jvL672 	5 分鐘 10 分鐘 15 分鐘 8 分鐘 2 分鐘	GGB 網頁 GGB 網頁 GGB 網頁	課程討論 歷程 發表分享 課程討論 歷程 課程討論 歷程
三、統整活動 (一) 教師回顧課程 (二) 回家作業：請學生設計一個屬於自己的畢氏定理拼圖。			

課程內容	時間	教學資源	評量方式 / 教學支援
【第五節課】資訊科技的加減法應用			
一、引起動機：雷切機與 3D 列印機比一比 ※ 教師介紹 maker 經常使用的雷射切割機 (雷切機) 與 3D 列印機兩種設備，並比較其差異之處。	2 分鐘	教學簡報	
二、發展活動 (一) 教師搭配影片說明雷切機的原理與應用。 1. 雷切機原理 https://reurl.cc/V4k27b  2. 雷切機應用 https://reurl.cc/Myq2Dm 	8 分鐘	教學簡報 網路影片	課程討論 歷程 影片觀賞
(二) 教師搭配影片說明 3D 列印機的原理與應用。 1. 3D 列印機原理的影片 https://reurl.cc/Oj96eg  2. 3D 列印機在食衣住行育樂上的應用自製影片 https://reurl.cc/Oj96L9 	16 分鐘	網路影片 自製影片	課程討論 歷程 影片觀賞

課程內容	時間	教學資源	評量方式 / 教學支援
(三) 教師引導學生發表雷切機在生活中的應用後，再歸納出雷切機與 3D 列印機的不同之處。	2 分鐘	教學簡報	發表分享
(四) 教師引導學生使用 AutoDraw、chateverywhere 與 playground ai 等工具，使用 AI 將雷切機在相同場域的現在與未來發展方向生成創意圖。	7 分鐘	AutoDraw Chateverywhere playground ai	生成 AI 創意圖
(五) 教師邀請 1-2 位學生公開展示創意圖作品，解說意涵，並將創意圖上傳至雲端硬碟。	5 分鐘		發表分享
三、統整活動 ※ 教師回顧課程：教師歸納雷切機與 3D 列印機的差異，與雷切機在不同場域的現在與未來發展，並鼓勵學生活用創意圖發想技巧，繼續多元思考。	5 分鐘		
【第六節課】畢氏定理拼圖實作			
一、引起動機：動手做畢氏定理拼圖 (一) 教師提問：之前上課有設計畢氏拼圖，如何將設計圖轉變成實體的拼圖呢？你覺得要使用 3D 列印機或使用雷切機能更好的將畢氏拼圖實體呈現呢？其優缺點為何？ (二) 教師歸納學生的答案後，說明受限於課程時間，本次課程將採雷切機作為列印媒材。	8 分鐘		
二、發展活動 (一) 教師引導學生再一次檢查及修整之前設計的 GGB 畢氏定理拼圖。 (二) 將畢氏定理拼圖的背景網格、點及輔助線等隱藏，使畢氏定理拼圖留下乾淨的圖。將圖修整好後，隨即將圖下載並上傳至雲端硬碟 (參考圖 2-10)。	2 分鐘 10 分鐘	教學簡報 Inkscape 軟體 RDWorks 軟體 雲端硬碟	實機操作
 圖 2-10 背景網格、點及輔助線等隱藏的前後對照圖			
(三) 畢氏定理拼圖轉成向量圖後，透過 Inkscape 軟體處理下載後的畢氏定理拼圖圖檔，匯入雷切機軟體進行實作。	5 分鐘	Inkscape 軟體	實機操作

課程內容	時間	教學資源	評量方式 / 教學支援
(四) 教師介紹 Inkscape 軟體的操作介面 (如圖 2-11) 1. 基本的點、線、面、圓形、矩形、曲線，及立體色彩等功能。 2. Inkscape 預設圖案格式為開放標準 SVG，本次是將檔案儲存成 dxf 檔。 3. Inkscape 百寶箱：為功能表中常用的功能。 4. 工具箱：Inkscape 常用的工具，如選取工具、文字工具等。 5. 屬性列：依照【工具箱】的不同，會出現不同的【屬性列】。 6. 狀態列：提供顯示比例、滑鼠座標、圖層切換及功能說明。 7. 編輯區：方框內為 Inkscape 文件編輯區。  圖 2-11 Inkscape 介面說明	2 分鐘	Inkscape 軟體	
(五) 教師介紹畢氏定理拼圖在 Inkscape 軟體的操作步驟 1. 在了解 Inkscape 的操作介面後，匯入從 GGB 軟體下載的圖檔。 2. 匯入圖檔後，點選右鍵，選擇「路徑」的「描繪點陣圖」。 3. 將重疊的图片移開，點選右邊的節點，就可以看出哪一個是原圖，哪一個是轉成向量圖檔，將原來的點陣圖檔刪除後，留下向量圖，並且存成 dxf 檔 (如圖 2-12)。  圖 2-12 畢氏原圖檔 (左) 與產出向量圖檔 (右)	12 分鐘	Inkscape 軟體	實機操作

課程內容	時間	教學資源	評量方式 / 教學支援
(六) 請學生將 dxf 檔匯出後，將圖片檔上傳至雲端後，公開學生的作品並且做總結。	4 分鐘	雲端硬碟	發表分享
三、統整活動 ※ 教師回顧課程：教師歸納本次的實作乃是將畢氏拼圖的點陣圖轉換成節點路徑編輯的向量圖，以利後續繼續進行雷切機列印。	2 分鐘		
【第七節課】運用資訊科技設計幾何圖形 -1			
一、引起動機：畢氏定理拼圖盒面面觀			
(一) 畢氏定理拼圖盒的觀察：教師拿起自製的畢氏定理拼圖盒，請學生觀察盒內及盒外，並說出在盒內外看到了什麼？(盒內有畢氏定理拼圖，外盒上有各式各樣的創意圖形)	3 分鐘	教師自製畢氏定理拼圖盒	
(二) 多元圖形小試身手：透過「一小時玩程式」網頁中的藝術家遊戲頁面，請學生學習正方形、菱形、六邊形、花朵及菱形組合(重複迴圈)與六邊形的組合(雙迴圈)等模組化程式的應用。	5 分鐘	電腦	實機操作
二、發展活動			
(一) 登入：請學生登入班級的 Scratch 帳號。	2 分鐘	Scratch 軟體(需建立班級帳號與作品創作坊)	實機操作
(二) 三角形的啟發：教師引導學生從三角形的程式發展「謝爾賓斯基三角形」的繪製，並教導資訊科技中的雙迴圈概念，再讓學生嘗試發展其他形狀的幾何圖形。	5 分鐘		
(三) 外角的設定：教師教導學生在 Scratch 中，旋轉角度為「外角」，所以設定三角形旋轉角度為 120 度。請學生思考設計含有內外迴圈的旋轉角度應該為何？外迴圈的旋轉角度又為何？	5 分鐘	教學簡報	課程討論歷程
(四) 程式的設計：教師教導學生「函式」、「分身」及運算中 sin、con 數值與直角三角形的運用，並且給學生畢達哥拉斯樹(Pythagoras tree)的程式範例，讓學生觀察程式與填空程式，學生可以歸納與觀察畢達哥拉斯樹組成的重要程式，產生出自己的畢達哥拉斯樹。	10 分鐘		
(五) 創作：教師引導學生自行設計創意的畢達哥拉斯樹或是幾何圖形。	10 分鐘		實機操作
(六) 完成作品：學生將自創的畢達哥拉斯樹或是幾何圖形儲存至創意圖形工作坊中。	2 分鐘	Scratch 作品創作坊	完成自創的幾何圖形
三、統整活動	3 分鐘		
(一) 教師回顧課程：教師歸納資訊科技中的旋轉角度、函式、分身與運算等功能的運用。			
(二) 課程預告：下週會請同學發表設計的創意幾何圖形。			

課程內容	時間	教學資源	評量方式 / 教學支援
【第八節課】運用資訊科技設計幾何圖形 -2			
一、引起動機：班級創作坊作品欣賞 (一) 課程說明： 教師說明今天的課程有兩大部分，包含創意幾何圖形的發表，以及將幾何圖形轉出為雷切機可以使用的檔案。 (二) 創作欣賞： 學生進入創作坊中欣賞其他同學的創作。	3 分鐘	Scratch 作品創作坊	作品欣賞
二、發展活動 (一) 創作提問 1. 教師引導學生觀看提問單題目，請學生想一想怎麼發表自己的創作。 2. 教師說明填寫提問單的目的是要了解設計歷程與資訊科技和數學邏輯之間的關係。 3. 提問單內容如下： (1) 你所創作的圖形為何？ (2) 在創作此一作品大約花多少時間呢？ (3) 在這過程中遇到了什麼困難呢？ (4) 在你的作品中，你觀察到的規律為何？ (5) 在此作品中，你使用哪些程式的技巧，迴圈重複的次數與旋轉的角度之間的關係為何？	2 分鐘 5 分鐘	提問單	課程討論歷程 完成提問單
(二) 發表創意幾何圖形 1. 教師請每位學生發表其創意的幾何圖形。 2. 每位同學口頭報告完畢後，在舞台區按右鍵將此一圖形另存圖片。 3. 圖片匯出後，依第六節課所教的 Inkscape 的操作步驟，將其轉成 dxf 檔。	10 分鐘 2 分鐘 5 分鐘	Inkscape 軟體	發表分享 實機操作
(三) 教師介紹 RDWorks 軟體介面 (如圖 2-13)	10 分鐘	RDWorks 軟體	
			
圖 2-13 RDWorks 軟體介面配置圖			

課程內容	時間	教學資源	評量方式 / 教學支援
(四) 輸出作品 1. 學生將檔案匯入至 RDWorks 軟體，在參數設定上，配合雷射切割原理設定 (雷射切割功能：速度小，功率大；雷射雕刻功能：速度大，功率低)。 2. 學生將雷射檔案的 rld 檔命名後存檔，上傳至雲端硬碟中，欣賞其他同學的創意圖作品，並反思與檢查其雷射切割與雕刻設定的值是否正確。	3 分鐘 2 分鐘	RDWorks 軟體	
三、統整活動 ※ 教師回顧課程：教師歸納雷射機中的切割設定，其速度約為 15、功率約為 75；雷射機中的雕刻設定，其速度約為 100、功率約為 15。可以依照個人的需求調整其速度與功率的變化，讓雷射機雕刻出深淺不同的變化，不過缺點為耗時，需要在兩者之間取得平衡。	3 分鐘		
【第九節課】幾何圖形與畢氏巧拼作品輸出			
一、引起動機：設計的具現化 (一) 課程說明：教師說明本節課的主要目的是將畢氏定理拼圖及創意的幾何圖形輸出成實體作品。 (二) 教師引導學生思考以下問題： 1. 當你看到作品時，你的感受如何？ 2. 作品輸出後是否跟你的設計圖一樣？或跟你想像中的是否一致？不一致時，你覺得設定上還有哪些地方需要調整呢？	4 分鐘		
二、發展活動 (一) 雷射機介紹 1. 學生將畢氏定理拼圖與幾何創意圖的檔案下載至與雷射機連接的電腦中。 2. 教師說明雷射機的構造、尺寸、功率、反射鏡的位置、清潔保養與使用上的注意事項等。 3. 教師開啟雷射機、水箱和煙塵過濾器，並調整機台高度。	12 分鐘	雷射機 Inkscape 軟體 RDWorks 軟體	實機操作
(二) 參數設定：教師引導學生檢查圖檔與設定是否正確。 1. 雷射雕刻功能：參數設定之速度為 200-400 之間；功率為 15-20 之間 (視雕刻的深淺效果而定)。 2. 雷射切割功能：參數設定之速度為 13-15 之間；功率為 75-80 之間 (視切割的深淺效果而定)。	10 分鐘		實機操作

課程內容	時間	教學資源	評量方式 / 教學支援
(三) 雷射切割 1. 教師引導學生將電腦中的設計檔下載至雷切機，並至雷切機找到要切割的作品。 2. 雷切機使用步驟：擺放要切割的板材，點選文件 (尋找檔案) / 確定 / 定位 / 邊框，設定都正確後，按下啟動。 3. 打開偵測畫面，以便掌握切割時間，倘若覺得時間花費太久，可以再將內容稍做修改後，重覆上述的四個步驟。 三、統整活動 (一) 教師回顧課程： 教師歸納課程的重點為雷切機的設定，作品製作需要的時間視設定速度而定。 (二) 如有學生尚未完成作品列印，可以跟老師安排其他時間將作品輸出。	16 分鐘 3 分鐘		實機操作
【第十節課】畢氏定理拼圖收納盒製作			
一、引起動機：幫畢氏定理拼圖找個家 ※ 教師請學生拿出上一節課完成的畢氏定理拼圖，說明上一節課是製作平面的拼圖，這一節課則是要挑戰立體製作，為這些拼圖找一個可以收納的盒子 (家)。 二、發展活動 (一) 進入盒子產生器 (http://www.makercase.com/) 1. 教師說明畢氏定理拼圖收納盒的盒子，是由「上、下、左、右、前、後」共六個面所構成的，如果要讓 3mm 的板材以「指接榫」的方式接合，必須計算榫頭的位置。 2. 因為此處較難理解與作圖，建議學生利用網路上免費的「盒子產生器」網站製作畢氏定理拼圖收納盒的設計圖，以便節省設計時間。 (二) 建立設定 1. 選擇盒子樣式 (如圖 2-14) 2. 設定盒子參數 (如圖 2-15，提醒：應依據使用的雷切板材厚度設定數值 (3mm))。	2 分鐘 5 分鐘 10 分鐘	畢氏定理拼圖 盒子產生器網站 Inkscape 軟體 RDWorks 軟體	實機操作 實機操作

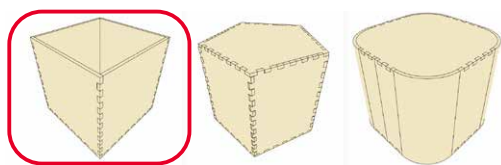


圖 2-14 盒子樣式圖

課程內容	時間	教學資源	評量方式 / 教學支援
 設定單位 設定長、寬、高 圖 2-15 盒子參數設定	25 分鐘	雷切機 木工膠	實機操作 完成幾何巧拼的作品
(三) 製作盒子 1. 將箱面標籤關閉，接著點選下載 dxf 檔。 2. 將自製的創意圖，放置在「bottom」(下面)的框框內。 3. 將列印出的創意圖形的前、後、左、右、上與下方的盒子雷切，使用木工膠將其前、後、左、右、上與下方密合，留下最上面的那一塊不要黏合，使畢氏定理拼圖可以放置於盒內。 4. 由於一節課的時間只能完成一至三位學生之作品，建議需另安排時間開放學生使用機器完成作品。列印完成的作品置於教室前，提供學生互相欣賞。 三、統整活動 ※ 反思與總結 1. 教師歸納與統整此次的活動中，畢氏定理拼圖收納盒的尺寸要選外側，有些同學選內側，結果指卡榫會突出在外，反而不好收納。 2. 鼓勵製作時可以發揮創意，觀察並改善作品。有些學生會將列印出來的畢氏定理拼圖的外框切下來，作為內部收納使用，是一個很好的想法。	3 分鐘		



穿越時空的三角關係

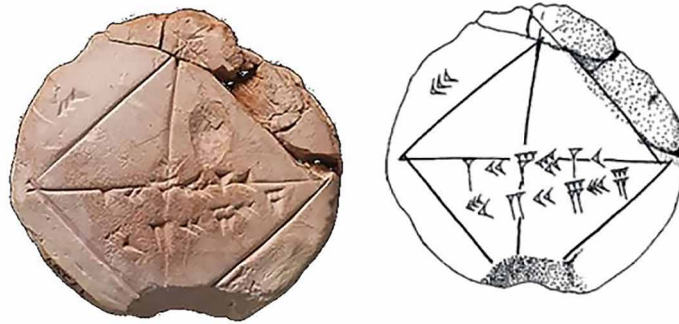
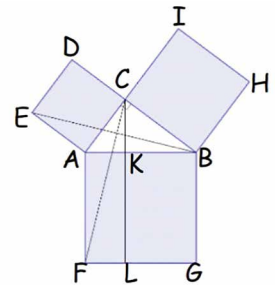


圖 2.1.1 編號「YBC 7289」的巴比倫石板，現收藏於耶魯大學。

※ 證明活動：歐幾里得的證明方式

【任務一】試說明正方形 ACDE 和 $\triangle ABE$ 的關係。



【任務二】在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle AFC$ 之中，你看到了什麼共通點？
這兩個三角形之間有什麼關係？

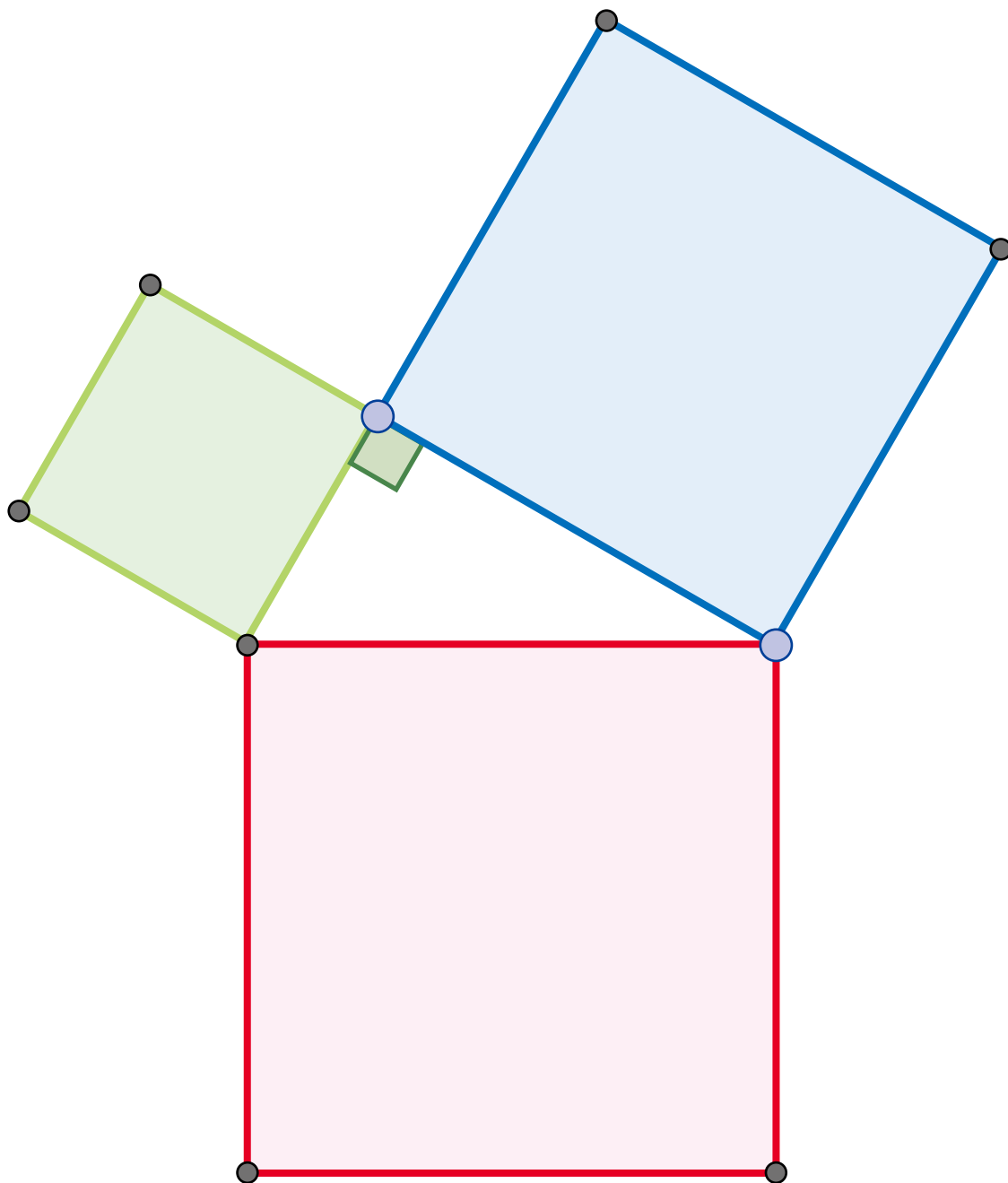
【任務三】

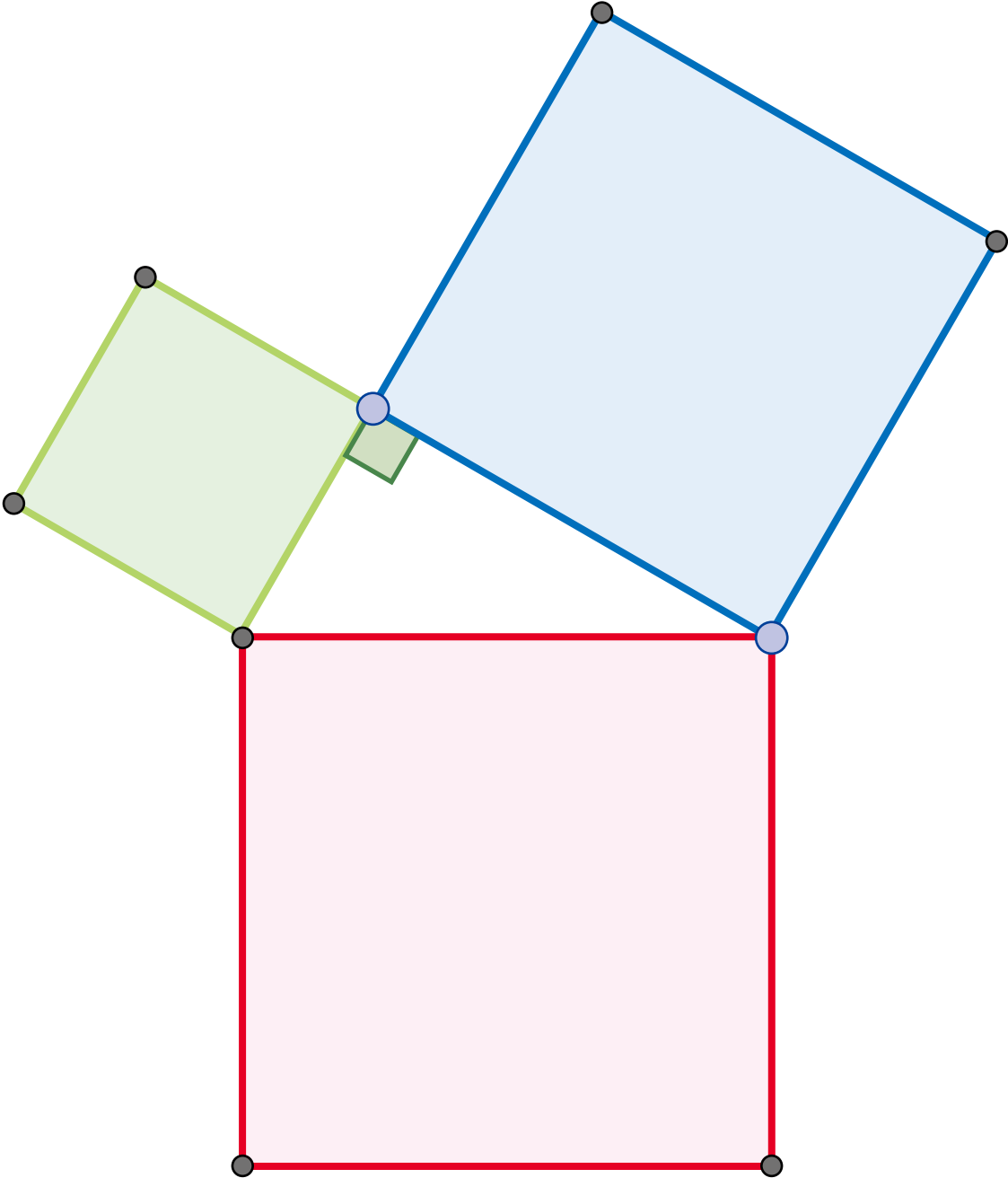
1- 試說明 $\triangle AFC$ 和矩形 AFLK 的關係。

2- 從以上三個問題你得到什麼結論？

剪貼出神秘的 c^2

利用附件，將兩個小正方形剪貼到大正方形中，看看是否能驗證畢氏定理。

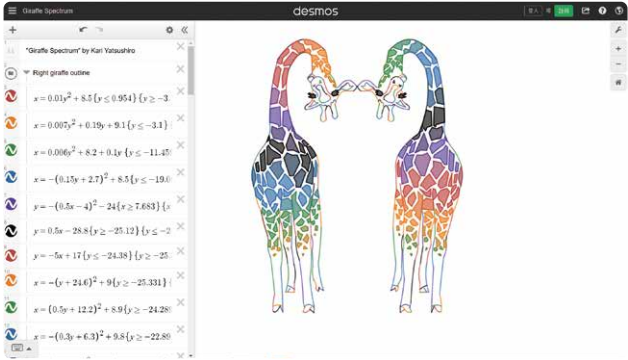
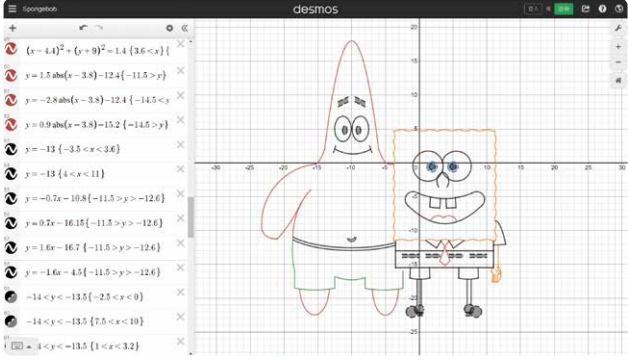




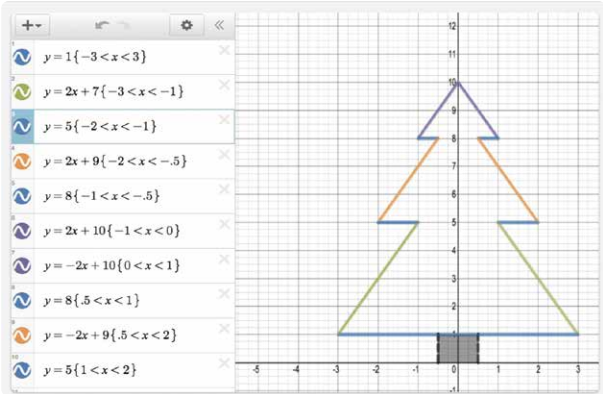
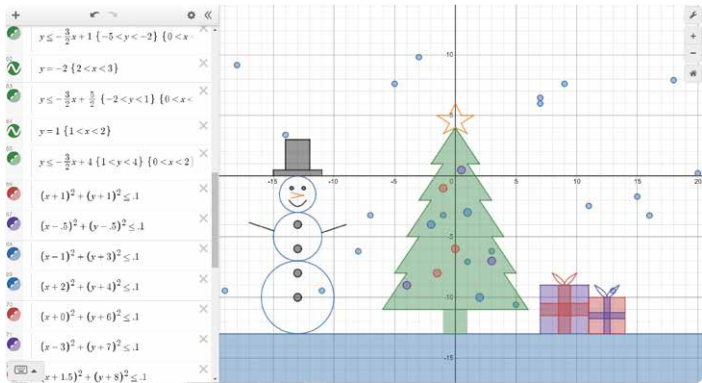
● 第三單元：函數與生活 (共 8 節課，360 分鐘)

教學目標	1. 運用 desmos 軟體繪製創意圖形。 2. 打造專屬於自己的創意圖形。 3. 能運用雷切機將創意圖形製成盒子的封面圖。				
學習內容調整	[平行課程] 翰林版國中數學課本第四冊：第二單元第二章線性函數與圖形 [充實課程] 1. 常數函數、一次函數、二次函數及高次函數的圖形 (加深 + 加廣) 2. 指數函數、對數函數、三角函數、高斯函數及絕對值函數的圖形 (加深 + 加廣) 3. 圓方程式、橢圓方程式、雙曲線方程式及二元二次方程式的圖形 (加深 + 加廣) 4. 利用不等式來限定區域範圍 (加深 + 加廣) 5. 利用數學繪圖軟體中的滑桿、顏色函數、函數及方程式來繪製動態創意圖形 (加深 + 加廣) 6. 經由函數與方程式繪製創意圖形 (加深 + 加廣 + 跨領域) 7. 運用資訊軟體轉換函數圖形為雷切作品 (加深 + 加廣 + 跨領域) 8. 運用資訊軟體進行成果發表 (加深 + 加廣 + 跨領域)				● 加深 ● 加廣 ● 跨領域 / 科目統整教學主題
學習歷程調整	1. 搭配國中第四冊第二單元第二章線性函數與圖形，由基本的函數圖形出發，逐步帶入二次函數、高次函數、三角函數、指數函數、絕對值函數、圓方程式、橢圓方程式及二元二次方程式概念，引導學生思考函數圖形組合方式，並深入討論如何利用滑桿及不等式，運用所學的函數及方程式，精準的畫出創意圖形，並能介紹作品彼此給予回饋。最後從平面延伸至立體的概念，介紹圓錐曲線。 2. 學習結合應用軟體操作機器手臂，在實作中了解機器手臂結合燙金筆的運作方式。				● 高層次思考 ● 開放式問題 ● 發現式學習 ● 多樣性的歷程
學習環境調整	課程階段	授課教室	學習資源	學習模式	● 調整物理的學習環境 ● 規劃有回應的學習環境 ● 有挑戰性的學習環境
	第 1~5 節	電腦教室 (一人一機)	教師自編教材	由教師引導獨立思考或與同儕進行討論	
	第 6~8 節	電腦教室 (一人一機)	教師自編教材	先由教師示範介面操作，經由實作學生打造出專屬的創意圖形並發表其作品。	
學習評量調整	學生能依以下不同的形式呈現作品： 1. 以數學軟體完成「繪圖練功坊」作業 2. 完成創意圖形並展出分享 3. 完成雷切機創意圖形 4. 使用機器手臂畫筆功進行圖形創作 5. 課堂參與小組互動討論 6. 完成個人作品的成果發表				● 呈現多元的實作與作品
教學資源	自編教材、desmos 網頁、GeoGebra 軟體、SMART apps Creator 軟體				
參考資料	教育部審定翰林版國中數學課本第四冊				

● 教學流程

課程內容	時間	教學資源	評量方式 / 教學支援
【第一節課】基本素材 一、引起動機：函數藝術作品欣賞 (一) 教師分享 desmos 全球數學藝術競賽運用函數繪製的創意作品 (網址： https://reurl.cc/ga9QvV ，範例圖片，如圖 3-1、圖 3-2)。	5 分鐘	電腦 desmos 網頁	作品欣賞 課程討論歷程
			
圖 3-1 desmos 全球數學藝術競賽作品範例一			
			
圖 3-2 desmos 全球數學藝術競賽作品範例二			
(二) 請學生試著從圖 3-2 思考左側函數與右側繪圖的對應關係，藉由作品的欣賞與解說，了解這些漂亮的作品，其實是可以由我們所認識的函數構成。			
二、發展活動 (一) 教師簡介 GGB 軟體的介面與操作方式。 (二) 基本素材介紹—直線	8 分鐘	GGB 軟體	實機操作
	15 分鐘	學習單 3-1	課程討論歷程
1. 請學生練習畫出以下兩種函數的圖形，並從圖中觀察其中差異。 (1) $y = ax$ ($a \neq 0$) (2) $y = ax + b$ ($a \neq 0$) 2. 上述函數圖形觀察重點說明如下： (1) 圖形皆為斜直線。 (2) 有無通過原點 ((1) 有，(2) 沒有，是通過 $(0, b)$)。 (3) 一次項係數 a 的正負，所產生的圖形有何不同？			

課程內容	時間	教學資源	評量方式 / 教學支援												
(4) 一次項係數 a 的大小，對函數圖形的影響為何？ (斜率的概念) 3. 舉例讓學生練習畫出常數函數的圖形，並從圖中觀察其特色。 ※ $y=b$ 4. 本函數圖形觀察重點為：圖形皆為平行 x 軸的直線。 (三) 基本素材介紹—曲線 1. 讓學生練習畫出以下二次函數的圖形，並從圖中觀察其特色 (拋物線圖形)。 (1) $y=ax^2+bx+c$ ($a\neq 0$) (2) $y=a(x-h)^2+k$ ($a\neq 0$) 2. 上述函數圖形觀察重點說明如下： (1) 圖形必通過 $(0,c)$。 (2) 是線對稱圖形。 (3) 利用 GGB 滑桿輪流調整 a、b、c，可以發現以下改變，並延伸思考相關問題： <table><tr><th>調整項目</th><th>影響內容</th><th>延伸思考</th></tr><tr><td>a</td><td>開口方向、開口大小</td><td>當 $a=0$ 時，你們發現了什麼？為什麼會這樣？</td></tr><tr><td>b</td><td>頂點位置</td><td>—</td></tr><tr><td>c</td><td>與 y 軸交點</td><td>—</td></tr></table> 3. 讓學生練習畫出以下函數的圖形，並從圖中觀察其特色。 ※ $y=ax^3+bx^2+cx+d$ ($a\neq 0$) 4. 本函數圖形觀察重點說明如下： (1) 圖形必通過 $(0,d)$。 (2) 是點對稱圖形。 (四) 教師引導學生歸納上述函數特色： $y=x^n$，$n=1\sim 3$ 次函數圖形的特色，$n=1$ 對應直線、$n=2$ 對應線對稱圖形、$n=3$ 對應點對稱圖形。 三、統整活動 ※ 回家作業：學習單 3-1 (基本素材學習單) 任務練習，請學生嘗試畫出學習單上的函數，看看畫出來會是怎麼樣的圖形。	調整項目	影響內容	延伸思考	a	開口方向、開口大小	當 $a=0$ 時，你們發現了什麼？為什麼會這樣？	b	頂點位置	—	c	與 y 軸交點	—	15 分鐘	GGB 軟體 學習單 3-1	實機操作 課程討論歷程
調整項目	影響內容	延伸思考													
a	開口方向、開口大小	當 $a=0$ 時，你們發現了什麼？為什麼會這樣？													
b	頂點位置	—													
c	與 y 軸交點	—													
	2 分鐘	學習單 3-1													

課程內容	時間	教學資源	評量方式 / 教學支援
【第二節課】特殊的函數圖形			
一、引起動機：函數藝術作品欣賞 (進階篇) (一) 教師解說回家作業學習單 3-1 (基本素材學習單)。 (二) 函數藝術基礎進階比一比 1. 教師分享 desmos 網站上利用函數繪製的聖誕節主題作品，請學生分析簡易版 (圖 3-3) 及進階版 (圖 3-4) 作品差異。	10 分鐘	學習單 3-1 電腦 desmos 網頁	課程討論 歷程
 圖 3-3 desmos 聖誕樹			
 圖 3-4 desmos 聖誕樹與雪人			
2. 教師提問：利用上次作業練習的函數可以作出簡易聖誕樹，但若想要圖形豐富一點，我們需要更多的函數圖形來幫忙，試著找找看，圖 3-4 裡有哪些函數圖形是我們沒有看過的？ 3. 教師提示：可以由左邊的函數說明，試著尋找對應的圖形。			
二、發展活動 (一) 常見的圖形－圓形 1. 請學生練習畫出圓的圖形，並嘗試移動滑桿，觀察圖形的變化與相異之處。 ※$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$	10 分鐘	GGB 軟體 學習單 3-2	實機操作 課程討論 歷程

課程內容	時間	教學資源	評量方式 / 教學支援								
2. 本函數圖形觀察重點為： (1) 圓心座標為 (h,k)。 (2) 半徑為 r。 (3) 利用 GGB 滑桿輪流調整 h、k、r，可以發現以下改變： <table><tr><th>調整項目</th><th>影響內容</th></tr><tr><td>h</td><td>圓心的 x 座標</td></tr><tr><td>k</td><td>圓心的 y 座標</td></tr><tr><td>r</td><td>半徑的大小</td></tr></table>	調整項目	影響內容	h	圓心的 x 座標	k	圓心的 y 座標	r	半徑的大小	15 分鐘	GGB 軟體 學習單 3-2	實機操作 課程討論 歷程
調整項目	影響內容										
h	圓心的 x 座標										
k	圓心的 y 座標										
r	半徑的大小										
(二) 常見的圖形－橢圓形 1. 請學生練習畫出橢圓的圖形，並嘗試移動滑桿，觀察圖形的變化與相異之處。 ※ $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a>0, b>0$) 2. 本函數圖形觀察重點為： (1) 圖形中心為 $(0,0)$，不能移動。 (試試改變中心位置，方程式為 $\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$) (2) 利用 GGB 滑桿輪流調整 a、b，可以發現以下改變： <table><tr><th>調整項目</th><th>影響內容</th></tr><tr><td>a</td><td>左右的寬度 (x 軸方向)</td></tr><tr><td>b</td><td>上下的寬度 (y 軸方向)</td></tr></table>	調整項目	影響內容	a	左右的寬度 (x 軸方向)	b	上下的寬度 (y 軸方向)					
調整項目	影響內容										
a	左右的寬度 (x 軸方向)										
b	上下的寬度 (y 軸方向)										
3. 延伸討論內容 (1) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a>b>0$)與 $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$ ($a>b>0$)圖形的差異？ (2) 利用滑桿移動觀察橢圓方程式和圓的方程式的異同之處。											
(三) 常見的圖形－折線 1. 請學生練習畫出折線的圖形，並嘗試移動滑桿，觀察圖形的變化與相異之處。 (1) $y= x$ (2) $y=a x$ 2. 上述函數圖形觀察重點說明如下： (1) 圖形為折線。 (2) 是線對稱圖形。 (3) 利用 GGB 滑桿輪流調整 a，可以發現 a 影響「折線開口的角度」。	5 分鐘	GGB 軟體 學習單 3-2	實機操作 課程討論 歷程								
三、統整活動 ※ 回家作業：學習單 3-2 (常見圖形學習單) 任務練習，請學生嘗試畫出學習單上絕對值的函數，看看畫出來跟底下的範例是否相同？有沒有發現什麼特別的地方？	5 分鐘	學習單 3-2									

課程內容	時間	教學資源	評量方式 / 教學支援
【第三節課】創意圖形			
一、引起動機：函數創意暖身操 (一) 請學生出示上兩節課所學的函數方程式，輪流出題請同學選出對應的函數圖形。 (二) 請學生思考，還有什麼圖形可以運用所學的函數方程式繪出。 (三) 請學生畫下可行的幾何創意函數圖形草稿。	12 分鐘	電腦 GGB 軟體 或 desmos 學習單 3-1、3-2	回答問題 發表分享
二、發展活動 (一) 圖形分類與歸納： 請學生分析自己的創意幾何圖形所需要的圖形部件，並將相同圖形部件分類，歸納繪製出基本圖形的方程式。如果圖形太複雜，則要再探索有哪些作法可以達成任務。 (二) 嘗試製作： 實作自己設計的圖形，或可以參考他人圖形嘗試製作。製作過程中可以注意以下重點，增加圖形豐富度： 1. 製作滑桿：利用函數圖形中的變數製作滑桿。 2. 調色顏色函數：利用顏色函數 $C1=rgb(0,0,0)$ 到 $C2=rgb(255,255,255)$ 產生自己想要的顏色，思考如何使用非標準色塊的顏色製作創意圖形。 3. 區隔色塊：利用不等式區隔想要上色的區塊。 4. 動態展示：思考如何將創意圖形做成動態展示。	10 分鐘 20 分鐘	GGB 軟體 或 desmos GGB 軟體 或 desmos	實機操作 課程討論歷程 實機操作 課程討論歷程
三、統整活動 (一) 回家作業： 請學生回家繼續設計自己的創意圖形。 (二) 課程預告： 下週會請同學發表設計的創意圖形，請學生預先思考發表重點，並準備發表內容。	3 分鐘		
【第四、五節課】創意圖形發表與分享			
一、引起動機： 創意圖形發表 Ready Go ! (一) 教師出示過去學長姐的作品，簡介評分標準 (如下表)。 (二) 運用隨機轉盤排定報告順序。	10 分鐘	學長姐作品 隨機轉盤	欣賞作品
二、發展活動 (一) 分享活動： 每位同學分享自己的作品，並說明如何利用函數畫出所想要的圖形，每位同學 3 分鐘說明，老師及同學給予回饋 2 分鐘 (本課程以 1 班 12 位同學為例計算所需時間)。 (二) 評分： 教師及同儕將為每位同學的創意圖形作品評分，評分標準分為 6 個項度，詳細內容如下表所示。	60 分鐘 (每人 5 分鐘)	GGB 軟體 或 desmos 投影幕 評分表	發表分享 欣賞作品 提供回饋

課程內容	時間	教學資源	評量方式 / 教學支援
三、統整活動 (一) 票選圖形 1. 請學生依據評分結果，票選最喜歡的創意圖形，以及今天的發表 MVP。 2. 請學生分享投票原因，得獎者分享製作歷程及反思。	15 分鐘	投票單	回饋與反思
(二) 延伸思考： 教師利用 GGB 介紹圓錐曲線，說明二元二次方程式所有可能的情形，並說明其退化情形，未來可把創意圖形的設計由平面延伸到立體。 網址： https://reurl.cc/L6RrqK 、 https://reurl.cc/WvlQgD	5 分鐘	GGB 軟體 GGB 網頁	

GGB 創作作品評量標準

評量向度與說明	4. 傑出	3. 精熟	2. 學徒	1. 初學者
創作理念說明 佔 25 分	善用受眾易理解之字詞，使受眾清楚了解創作理念主題內容的想法。	正確運用符合創作理念主題內容的字詞說明。	字詞使用尚與創作理念主題相關，然而誤解字詞或專有名詞，以致於錯誤使用。	運用不符創作理念主題的字詞或專有名詞。
基礎函數與進階函數的應用 佔 25 分	基礎函數與進階函數能自由的結合，且適切的應用於創意圖形上，注意創意圖形的細節。	基礎函數與進階函數能結合應用於創意圖形上。	基礎函數與進階函數僅能分別運用於創意圖形上。	僅用基礎函數繪製創意圖形。
創意圖形的原創性 佔 15 分	創意圖形經由個人創作而成，細節獨特且呈現個人風格。	創意圖形經由個人創作而成，呈現個人風格。	創意圖形經由模仿他人圖案，或部分經由個人調整而成。	創意圖形係模仿他人圖案。
滑桿的應用 佔 10 分	創意圖形能利用兩個以上的滑桿，並以流暢的動態展示。	創意圖形能利用滑桿，並以流暢的動態展示。	創意圖形能利用滑桿，並以動態展示。	創意圖形無法利用滑桿，僅以靜態展示。
創意圖形的顏色及版面設計之呈現 佔 15 分	創意圖形能妥善運用二種以上自己調製的色彩，並充分利用設計技巧。	創意圖形能妥善運用自己調製的色彩，並充分利用設計技巧。	能運用標準色塊的色彩於創意圖形上。	未運用色彩於創意圖形上。
口條清晰度、表達清晰度及音量大小 佔 10 分	整場發表音量全場聽得到，有良好的抑揚頓挫，話語清晰，容易理解。	整場發表音量後半場聽不清楚，有抑揚頓挫，但偶爾語氣單調。	音量忽大忽小、僅前排聽得清楚，稍微具有抑揚頓挫，但講話結巴或停頓太久。	音量過小，即使被要求音量放大，仍無法讓人聽見；沒有抑揚頓挫。

70

課程內容	時間	教學資源	評量方式 / 教學支援
二、發展活動 (一) 簡報製作 1. 學生從雲端硬碟下載畢氏定理拼圖收納盒的照片。 2. 請學生運用 Canva 軟體製作簡報，可以運用 Canva 軟體中的生成式 AI 與 AI 虛擬主播製作。 3. 簡報內容應包含：自我介紹、畢氏之美的創意圖形對照圖 (電腦版與雷切版)、函數與生活創意圖形 (電腦版與雷切版)、畢氏定理拼圖對照圖 (電腦版與雷切版)、畢氏定理拼圖收納盒對照圖 (設計版與雷切版)。	10 分鐘	Canva 軟體 GGB 軟體 或 desmos	實作
(二) 分享活動： 每位同學以 2 分鐘分享簡報與作品 (本課程以 1 班 12 位同學為例計算所需時間)。	25 分鐘	投影幕	發表分享 欣賞作品
(三) 評分： 教師及同儕將為每位同學的畢氏定理拼圖收納盒作品評分，評分標準分為 5 個項度，詳細內容如下表所示。		評分表	
三、統整活動 ※ 票選最佳作品 1. 請學生依據評分結果，票選最喜歡的最佳作品，以及今天的發表 MVP。 2. 頒發小獎品獎勵。 3. 教師提醒每位同學應仔細閱讀他人的回饋，並提出改良作品的辦法。	3 分鐘	投票單	

畢氏定理拼圖收納盒創作作品評量標準

評量向度與說明	4. 傑出	3. 精熟	2. 學徒	1. 初學者
創作理念說明 佔 30 分	善用師生易理解之字詞，使師生清楚了解創作理念主題內容的想法。	正確運用符合創作理念主題內容的字詞說明。	字詞使用尚與創作理念主題相關，然而誤解字詞或專有名詞，以致於錯誤使用。	運用不符創作理念主題的字詞或專有名詞。
雷切機的設定 佔 15 分	雷切機的深淺設定讓收納盒的創意圖形成品非常傑出。	雷切機的深淺設定讓收納盒的創意圖形完整呈現。	雷切機的深淺設定讓收納盒的創意圖形成品尚有 1/2 未完成。	雷切機的深淺設定讓收納盒的創意圖形未完成。
機器手臂燙金術的運用 佔 15 分	機器手臂燙金術的運用具獨特性且呈現個人風格。	機器手臂燙金術的運用完整呈現。	機器手臂燙金術的運用尚有 1/2 未完成。	機器手臂燙金術的運用未完成。
幾何創意圖形與畢氏定理拼圖的整體應用 佔 30 分	幾何創意圖形與畢氏定理拼圖的整體運用具獨特性且呈現個人風格。	幾何創意圖形與畢氏定理拼圖的整體應用完整呈現。	幾何創意圖形與畢氏定理拼圖的整體應用是經由模仿他人，再經由個人調整而成。	幾何創意圖形與畢氏定理拼圖的整體應用是經由模仿他人圖案而成。
口條清晰度、表達清晰度及音量大小 佔 10 分	整場發表音量全場聽得到，有良好的抑揚頓挫，話語清晰，容易理解。	整場發表音量後半場聽不清楚，有抑揚頓挫，但偶爾語氣單調。	音量忽大忽小、僅前排聽得清楚，稍微具有抑揚頓挫，但講話結巴或停頓太久。	音量過小，即使被要求音量放大，仍無法讓人聽見；沒有抑揚頓挫。

繪圖練功坊 - 基本素材

請同學上 GGB 軟體練習做出下列圖形，並且寫下其屬於哪一種基本圖形，接著做各組間圖形的比較，並於下堂課分享你觀察到的不同之處。

第一組	
$y=6$	$y=-4 \ (-1 \leq x \leq 5)$
第二組	
$x=-3$	$x=8 \ (-2 < x \leq 16)$
第三組	
$y=2x$	$y=30x \ (-9 \leq x \leq 4)$
第四組	
$y=-3x+1$	$y=-30x+1 \ (5 \leq x < 20)$
第五組	
$y=x^2$	$y=-x^2$
第六組	
$y=2x^2$	$y=-20x^2$
第七組	
$y=2x^2+2$	$y=-20x^2-4$
第八組	
$y=2(x+4)^2$	$y=-20(x-3)^2$
第九組	
$y=2(x+4)^2+2$	$y=-20(x-3)^2-10$
第十組	
$y=2(x+4)^2+2 \ (-1 \leq x < 4)$	$y=-20(x-3)^2-10 \ (-4 \leq x < 0)$

繪圖練功坊 - 常見圖形

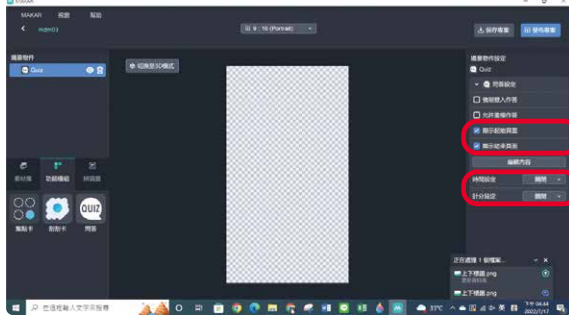
請同學上 GGB 軟體練習做出下列圖形，並且寫下其屬於哪一種基本圖形，接著做各組間圖形的比較，並於下堂課分享你觀察到的不同之處。

第一組	
$x^2+y^2=2^2$	$x^2+y^2=20^2$
第二組	
$(x-2)^2+(y-1)^2=3^2$	$(x-4)^2+(y-5)^2=10^2$
第三組	
$(x+2)^2+(y+1)^2=3^2$	$(x+4)^2+(y+5)^2=10^2$
第四組	
$\frac{x^2}{3^2} + \frac{y^2}{10^2} = 1$	$\frac{x^2}{10^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1$
第五組	
$\frac{x^2}{3^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1$	$\frac{x^2}{10^2} + \frac{y^2}{10^2} = 1$
第六組	
$\frac{(x-1)^2}{3^2} + \frac{(y-5)^2}{10^2} = 1$	$\frac{(x-1)^2}{10^2} + \frac{(y-5)^2}{3^2} = 1$
第七組	
$y= x $	$y= 2x $
第八組	
$y= x-1 $	$y= x+20 $
第九組	
$y= x-1 +2$	$y= x+20 -5$

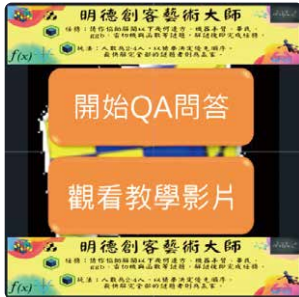
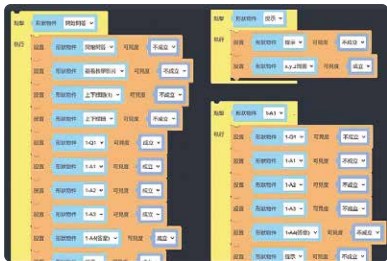
● 第四單元：實境解謎 (共 6 節課，270 分鐘)

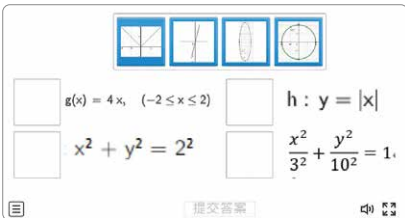
教學目標	1. 能彙整五連方、畢式之美及函數圖形等學習內容。 2. 能運用所學知識設計實境解謎的關卡題目。 3. 能設計教學與問答系統。 4. 能以 Wordwall 結合積木程式設計題目。 5. 能設計大富翁實境解謎遊戲。										
學習內容調整	[平行課程] 翰林版國中數學課本第三、四冊 [充實課程] 1. 學生將五連方、畢式之美及函數圖形等三部分的知識，透過數學與資訊兩科跨領域的題目設計，了解命題的技巧。(加深 + 加廣 + 跨領域) 2. 學生經由資訊軟體實作將所學知識，透過實境解謎的擴充實境 (AR) 與混合實境 (MR) 設計，統整為大富翁遊戲的關卡創意設計。(加深 + 加廣 + 跨領域) 3. 根據資優學生學習特質加入「創造性」與「挑戰性」的實作課程等多元活動。(加深 + 加廣 + 跨領域)										
學習歷程調整	1. 教師給予學生專題式導向任務，透過開放式的問題讓學生綜合應用整體課程中所習得的知識，運用創新思考設計大富翁遊戲的數理、科技知識題目。 2. 學生透過建置關卡題庫，統整前三單元的知識，在互相測試解謎系統的過程中綜合概念，達到後設認知的學習。 3. 學習使用應用虛擬實境編輯軟體，在實作中了解擴增實境與混合實境的運作方式，學習實境解謎系統題庫的建置。										
學習環境調整	<table border="1"> <thead> <tr> <th>課程階段</th><th>授課教室</th><th>學習資源</th><th>學習模式</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>第 1~6 節</td><td>電腦教室 (一人一機)</td><td>教師自編教材</td><td>先由教師示範介面操作，接著由學生透過實境解謎大富翁遊戲設計，將其所學統整為關卡設計。</td></tr> </tbody> </table>			課程階段	授課教室	學習資源	學習模式	第 1~6 節	電腦教室 (一人一機)	教師自編教材	先由教師示範介面操作，接著由學生透過實境解謎大富翁遊戲設計，將其所學統整為關卡設計。
課程階段	授課教室	學習資源	學習模式								
第 1~6 節	電腦教室 (一人一機)	教師自編教材	先由教師示範介面操作，接著由學生透過實境解謎大富翁遊戲設計，將其所學統整為關卡設計。								
學習評量調整	學生能依以下不同的形式呈現作品： 1. 完成並展出實境解謎題目關卡設計 2. 運用擴充實境 (AR) 設計大富翁遊戲 3. 運用混合實境 (MR) 設計大富翁遊戲 4. 課堂參與小組互動討論										
教學資源	自編教材、MAKAR 軟體、Wordwall 系統、thingiverse 網頁										
參考資料	感謝高德祥老師、曾慶良老師的指導										

● 教學流程

課程內容	時間	教學資源	評量方式 / 教學支援
【第一節課】實境解謎遊戲設計			
一、引起動機：進入實境解謎世界 (一) 軟體安裝： 教師協助學生安裝 MAKAR 軟體，請學生嘗試點選擴充實境、混合實境與虛擬實境等不同類型的活動項目。 (二) 實境差異比一比： 教師請學生比較擴充實境、混合實境與虛擬實境的差異之處。	5 分鐘 5 分鐘	手機或 平板 MAKAR 軟體 教學簡報	
二、發展活動 (一) 任務分配： 教師分配帳號及密碼後，請學生登入帳號，並進行關卡任務分配 (參考圖 4-1)。	5 分鐘	MAKAR 軟體 辨識圖 教學簡報	實機操作
 圖 4-1 AR 解謎遊戲任務分配	5 分鐘		
(二) 設計辨識圖： 教師引導學生設計解謎遊戲辨識圖 (如圖 4-1)，儲存成 .jpg 檔上傳至雲端硬碟。	5 分鐘		
(三) MAKAR 製作 1. 請學生建立新專案 /AR 圖像辨識 / 專案名稱爲 mdmxx。 2. 教師介紹 MAKAR 的介面 (如圖 4-2)。	22 分鐘	MAKAR 軟體	實機操作
 圖 4-2 MAKAR 軟體功能介紹			
3. 教師說明問答系統 3D 與 2D 的不同 (先介紹 2D 問答系統)。學生建立與專案名稱相同的資料夾後 (如：mdmxx)，切換至 2D 問答系統，接著在素材區切換至功能模組，將 quiz 拖曳至場景區。 4. 請學生將顯示起始頁面的勾移除，並進入編輯內容區。			
 圖 4-3 問答模組的設定			
5. 請學生選擇直接觸發及單選題，進行圖片選項的題目設計。 6. 學生將題目設計完成後，建置於題庫之中。			

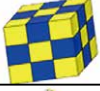
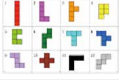
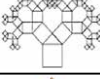
課程內容	時間	教學資源	評量方式 / 教學支援
7. 學生儲存專案後，教師至雲端硬碟「創客大師問答簡報區」，分配好每一位學生所負責的頁面，請學生思考關卡題目。 8. 教師在雲端硬碟「素材與教學」資料夾中，放置前三個單元的資訊教學影片連結，請學生記得複習。 三、統整活動 ※ 教師回顧課程：教師歸納本節重點為建置「創客大師的解謎系統」，此解謎系統為統整前三單元幾何連方、畢氏之美、函數與生活等三單元的數學與資訊科技的相關知識，故同學回家可多加複習三個單元的內容。	3 分鐘	雲端硬碟 雲端硬碟 網路影片 自製影片	實機操作 觀看影片
【第二節課】實境解謎題目設計			
一、引起動機：實境解謎遊戲設計師 ※ 感受覺察階段（教師透過驅動性問題，讓學生專注學習） 1. 教師請學生至「創客大師問答簡報區」，並告訴學生現在你是實境解謎的遊戲設計者，任務是要出謎題。 2. 請學生停留在工作分配的頁面，教師確認學生是否已經清楚自己要設計的實境解謎題目類型。	7 分鐘	平板 雲端硬碟	課程討論 歷程
二、發展活動 (一) 建構知能階段 （教師請學生了解命題的技巧） 1. 任務主題的分配原則：參考學生在各單元的表現分配主題，取各單元表現較好的前 2-3 名負責該單元的命題。學生依照分配的主題，設計題目並撰寫解答。 2. 設計相同主題的同學應互相討論，避免題目重複，並提升題目間的差異化與多樣化。 3. 教師提供自製的「選擇題命題技巧」的教學簡報供學生參考。	10 分鐘	簡報軟體 MAKAR 軟體	實機操作
(二) 想像實踐階段 （學生依所學到的知能去實踐） 1. 教師引導學生建構題目與選項，學生可以運用 Chatevery where 或是 Chatgpt 進行題目的初步建置，再檢查題目進行調整。 2. 學生針對每一題題目，與數學及資訊教師詢問適切性，確認內容是否能準確表達想說明的題意，即時進行題目修改。	15 分鐘	Chatevery where Chatgpt	實機操作 課程討論 歷程
(三) 公開分享階段 （學生將設計好的題目展示並分享） ※ 兩人一組，互相唸讀彼此設計的題目，倘若在唸讀時看不懂題意，則直接跟設計者分享不懂的地方，請設計者修正題目。	10 分鐘		同儕討論
三、統整活動 ※ 反思與總結：教師歸納題目設計的重點，並請全班反思較有可能出錯的地方，提出改善方式。	3 分鐘		課程討論 歷程

課程內容	時間	教學資源	評量方式 / 教學支援
【第三節課】建置實境解謎系統 -1			
一、引起動機：實境解謎提示小管家 ※ 教師提醒由於玩家不一定有學過前三單元的內容，學生除了題目之外，應另設計教學內容，幫助玩家學習該單元內容，提升答對的機率。	3 分鐘		
二、發展活動 (一) 實境解謎謎題設計 1. 打開 MAKAR 軟體，進入上次建立的 mdm 專案。 2. 放入題目與選項，並且調整好題目與選項的位置。 3. 發布專案。 4. 下載行動條碼，以利使用者快速找到專案。 5. 用手機或平板找到專案，並進入實境解謎問答系統。找專案的方式有兩種： (1) 掃描 QR CODE。 (2) 輸入專案名稱。 6. 自行測試實境解謎的問答系統後，確認沒有問題即算題目設計成功。 7. 小提醒：倘若辨識圖的辨識度不高，就需要更換辨識圖，才能順利進入實境解謎的問答系統。	15 分鐘	平板 簡報軟體 MAKAR 軟體	實機操作
(二) 實境解謎教學內容建置 1. 進入 MAKAR 軟體後，建置兩個按鈕，一個是進入謎題，另一個是教學內容的按鈕 (如圖 4-4)	15 分鐘	平板 簡報軟體 MAKAR 軟體	實機操作
圖 4-4 建置解謎系統與教學內容的進入按鈕			
2. 教師說明進入謎題與教學內容的程式邏輯 (如圖 4-5) 3. 教師說明教學內容的相關設定 (如圖 4-6)			
圖 4-5 程式邏輯的教學		圖 4-6 教學內容的相關設定	
(三) 系統測試：當謎題的題目設計與教學內容完成後，兩人一組，互相進入解謎系統測試題目與教學內容。	10 分鐘	平板 MAKAR 軟體	實機操作 同儕討論
三、統整活動 ※ 反思與總結：教師歸納建置教學內容的重點，並請全班反思較有可能出錯的地方，提出改善方式。	2 分鐘		

課程內容	時間	教學資源	評量方式 / 教學支援
【第四節課】建置實境解謎系統 -2			
一、引起動機：實境解謎的 3D 奧秘 (一) 教師說明： 除了 2D 模式，運用 3D 模式設計實境解謎可以增加活動豐富性及趣味度。 (二) Wordwall 介紹： 教師進入 Wordwall 網頁，讓學生觀看其範例設計。	5 分鐘	Wordwall 系統	
二、發展活動 (一) Wordwall 操作 - 學生進入 Wordwall 系統。 - 教師提供範本並教導學生如何操作 Wordwall 系統 (如圖 4-7)。  圖 4-7 Wordwall 系統操作	8 分鐘	平板 Wordwall 系統	實機操作
- 學生就之前分派的主題，回顧所負責單元的主題內容頁面。再次就所需負責的主題出謎題，可以用與 MAKAR 一樣的題目或是另外出題。 - 學生可以自行選擇使用 3D 模式或是使用 Wordwall 系統設計解謎的題目。	15 分鐘	Wordwall 系統 簡報軟體 MAKAR 軟體	實機操作
(二) 題目分享 - 完成解謎題目後，隨即將題目分享，分享後請學生將網址繳交至 classroom 的作業區。 - 設計另一個解謎题目的按鈕，並依照上一節課的操作方式，放入解謎题目的網址並設定完成。	5 分鐘	Google classroom	檔案上傳
(三) 系統測試： 當謎題的题目設計與教學內容完成後，兩人一組，互相進入解謎系統測試題目與教學內容。	10 分鐘	MAKAR 軟體	實機操作 同儕討論
三、統整活動 ※ 反思與總結：教師歸納建置解謎系統的重點，並請全班反思較有可能出錯的地方，提出改善方式。	2 分鐘		
【第五節課】建置混合實境解謎系統			
一、引起動機：索馬立方體與混合實境 (一) 教師說明： 此次的题目設計是混合實境的设计，我們要運用索馬立方體來製作。 (二) 任務說明： 請每一位同學拿一套索馬立方體，設計虛擬實境的索馬立方體組成正方體任務。	3 分鐘	索馬立方體	
二、發展活動 (一) 線上的索馬立方體製作 - 請學生選擇「AR/ 空間辨識 / 專案名稱 / 確定」。 - 請學生至 thingiverse 網頁，將 3D 的索馬立方體 stl 檔下載。 - 在線上將 3D 的索馬立方體轉成 FBX 檔，選擇 3D 模型，將七個索馬立方體匯入專案，修改其索馬立方體顏色後組成正方體，保存專案並且發布專案。 (網址：https://anyconv.com/tw/stl-zhuan-fbx/)	25 分鐘	平板 簡報軟體與 MAKAR 軟體 thingiverse 網頁	實機操作

課程內容	時間	教學資源	評量方式 / 教學支援
(二) 虛實混和的索馬立方體製作 1. 將專案檔中索馬立方體組成正方體的檔案打開，將手上的索馬立方體依專案檔的圖形組成正方體。 2. 將手上的索馬立方體組成正方體的上視圖、左視圖、右視圖、前視圖與後視圖的圖片匯入至 MAKAR 軟體素材區。 3. 上視圖、左視圖、右視圖、前視圖與後視圖的圖片拖曳至場景圖即完成。	7 分鐘	索馬立方體 MAKAR 軟體	實機操作 實作
(三) 系統測試： 兩人一組，互相測試彼此的索馬立方體混合實境解謎題目設計，使用空間辨識系統，依對方出題的 3D 圖型將索馬立方體組成正方體，將答案與索馬立方體混合實境解謎題目拍照即過關。	8 分鐘	MAKAR 軟體	實機操作 同儕討論
三、統整活動 ※ 反思與總結：教師歸納建置混合實境的重點，並請全班反思較有可能出錯的地方，提出改善方式。	2 分鐘		
【第六節課】解謎系統測試與作品分享			
一、引起動機：實境解謎大富翁熱身賽 (一) 教師說明： 之前在遊戲製作過程中，都有請同學們倆兩測試各個系統的運作，在遊戲正式開放前，要請全班一起進行熱身賽，從頭到尾確認一次遊戲內容。 (二) 請學生下載學習單 4-1 (實境解謎學習單)，在測試過程中檢視並記錄遊戲成效。	2 分鐘	平板 (1 人 1 台) 學習單 4-1	
二、發展活動 (一) 遊戲準備 1. 學生將自行設計的題目匯出給老師。 2. 老師將 Qrcode 分享給學生們。 3. 全班再次確認大富翁實境解謎簡報中各題目的辨識圖是否正確，如遇錯誤或辨識度太低，則修改辨識圖 (機會及命運區均為 MR 設計，故無辨識圖，其餘均有辨識圖)。	5 分鐘	簡報軟體與 MAKAR 軟體	實機操作
(二) 遊戲測試： 四人一組，運用平板打開大富翁實境解謎的簡報，選擇角色。本日測試任務如下： 1. 任務一：大富翁的系統測試，倘若發現問題則立即提出。 2. 任務二：題目測試，每人都要掃描每一題的辨識圖，以及每一個機會與命運題，完成測試，並且填寫學習單。	30 分鐘	平板 學習單 4-1 MAKAR 軟體	實機操作 同儕討論
三、統整活動 (一) 冠軍心得： 統計總分，排出最高分的學生，請學生分享測試解謎系統的心得。 (二) 反思與總結 1. 教師歸納解謎系統的重點，並請全班反思較有可能出錯的地方，提出改善方式。 2. 教師邀請學生分享這次四個單元的跨域課程心得。 3. 教師鼓勵學生運用跨域精神，繼續尋找生活中不同的跨域議題，開拓學習的心胸，多方學習多元嘗試。	8 分鐘		發表分享 課程討論 歷程

實境解謎程式測試與學習成效學習單

題目	答題結果	得分	優缺點與待改進之處
範例： 		10	例如：1. 有教學內容： 2. 題目說明是否清楚： 3. 你覺得此題目的難易度如何：
1. 			
2. 			
3. 			
4. 			
5. 			
6. 			
7. 			
8. 			
9. 			
10. 			
11. 			
12. 			
13. 			
14. 			
15. 機會題			
16. 命運題			
總計得分數			

備註：得分：每題 10 分，總分為 160 分

操作說明：

- 任務一：每四人為一組，進行遊戲，寫下擴充實境 (AR) 與混合實境 (MR) 實境解謎大富翁需要修改之處。
- 任務二：每人都要掃描每一題的辨識圖，完成答題並填寫此份學習單。

肆、實施建議



● 模組發展歷程

本課程模組之發展，源於 109 學年度臺北市資優磐石學校計畫，當時本校發展「創客藝數大師—由資訊科技窺見的數學風景」課程，透過數學部定課程加深加廣，以及資訊課程的融入，將生活實體模型結合「幾何」教學活動，使數學成為一門看得到也摸得到的學問。讓學生在數學邏輯的基礎下，動手操作科技軟體、產出成品，展現創意與美感，並從課程中感受數學、科技的內在奧妙。最後活用所學的數學概念、資訊技術設計實境解謎遊戲。

當時透過專家學者的指導以及研習討論，經過一次次的修改已初步發展出課程架構。數學課程的教案以及學習單，也完成調整與修改，資訊課程的部分則完成了初步的教案設計。為延續並豐富課程內容，本校於 110 學年度續申辦磐石學校計畫，根基 109 學年度實施成效，進行各主題的修正，擴充課程內容，並建構更完善的課程模組架構，延續研發成果。

110 學年度的「創客藝數大師—由資訊科技窺見的數學風景」課程，最大的突破是新增「AR/VR/MR/XR」元素，設計創新解謎環境，提升學生的科技運用與問題解決能力。109 學年度原以 cospace 設計解謎題型，惟當時係借用他校資源，110 學年度運用經費購買 MAKAR 編輯器，故重新引導學生延伸運用運算思維歷程，以「AR/VR/MR/XR」編輯軟體工具，設計一個可以虛實混合與互動式的實境解謎遊戲，跟校園環境結合，透過遊戲把所學數學及資訊知識傳遞給更多的人知道。

當學生成為遊戲設計師，便能從多元角度思考如何綜合所學，設計玩家友善的好玩遊戲。在數學主題中思索資訊跨領域的更多應用性，設計出互動性高且有趣的實境解謎遊戲。學生在遊戲設計的歷程中，更能體會學習的樂趣，亦能靈活應用所學，發現問題，進一步解決問題，展現思考力與創造力。這也回應到本校教學團隊設計跨領域課程的核心宗旨，希望學生從學習中探索真實世界問題，建立跨領域專業知識架構，運用跨領域知識思索多元的問題解決方案。

● 模組成效評估

一、學生省思

類型	學生回饋	備註
(一) 印象深刻的課程	認識了索馬立方體，學會了如何操作機器手臂，親手操作很有成就感。	回饋次數 7
	藉以桌遊的方式來讓大家了解很好玩。	回饋次數 2
	機器人競賽過程十分刺激。	
	這次的 MAKAR 操作是個很棒的體驗，畢竟很少有機會可以自己 AR。	
(二) 學習收穫	在幾次課程後，我對於立體空間比較了解了。	
	可以學到課內延伸出的觀念或原理。	
	學會畢氏定理與無字證明。	
	很有趣的課程，能實際操作機器手臂，看似很困難但是其實並非如此。	
	研究索馬立方體還有連方都讓我對數學的幾何方面感到非常的新奇，到後來的機械手臂，讓我對這一方面有了更多的知識。也學到了 VR (虛擬實境)。	
	多元接觸資訊方面的知識 (例如電腦運用、程式介紹等)，讓我發現平常用的電腦，也真的是一門大學問的奧妙。	
(三) 學習感想	寫程式和操作機械手臂實在很難，但最後講畢氏定理的部分我有聽懂。	
	課程有趣。	回饋次數 4
	課程充實。	回饋次數 4
	三個老師上的內容都很有趣。	回饋次數 3
	學到很多課堂外的知識。	
	課程非常豐富，讓我學到很多。	
	結合了數學和資訊上課內容多元。	
	老師延伸了課堂上的知識且教我們如何加以運用。	
	學到不同程式、軟體的使用，有更多方式去呈現作品。	
	在我們遇到問題時，老師總是會馬上來協助我們，讓我學到很多，謝謝老師。	
	好玩又有趣只可惜時間有點不足。	
	以後要多多參與比賽和提出有建設性的建議。	

二、教師省思

(一) 課程規劃

1. 跨領域教學數學及資訊老師在同一節課協同教學，能給予學生立即的回饋為最大優點與特色
2. 透過教學與競賽的過程，讓學生馬上能學以致用，發揮最大潛能，由於手臂數不足，學生在準備時間很容易分心或做別的事，這還需要再思考如何解決此問題。
3. 未來在排課時，盡量選擇假放的比較少的那一週，否則會造成因為假放得太多，導致課程銜接上有其難度。

(二) 疫情影響 (本課程進行時曾遇過疫情停課)

1. 因疫情關係，原先規劃硬體操作課程無法實施。
2. 由於學生的家裡設備均不相同，所以需要花一些時間協助處理軟體安裝的問題。
3. 因疫情關係，在上課進度及催收作業等進度均受影響，因此需要思考其相對應的對策。

● 模組使用建議

一、課程排課安排

※由於本模組總共設計了四大單元共計 36 節的課程內容，課程內容豐富，但是受限於每學期排課在不同的星期，時數會有所不同，因此可以依學生的能力與授課教師的上課節奏調整內容，針對特別有興趣的部分深入教學，有些部分則可以視情形做刪減與調整。

二、課程內容安排

- (一) 建議幾何連方單元可以加入空間座標系的介紹以利後續機器手臂的操作，畢氏之美單元可以再加入平面向量以幫助 GGB 的繪製。
- (二) 建議函數與生活單元，除了可以使用 GGB 軟體也可以使用 desmos 軟體。

三、課程模組與設備資源整合

- (一) 本課程模組的四大主題課程配合課程需要，有以下設備需求：幾何連方單元結合機器手臂、畢氏之美單元結合雷切機的操作、函數與生活單元使用 GGB 與機器手臂結合燙金筆將 scratch 軟體設計的幾何創意圖形整合至收納盒上、實境解謎單元運用 MAKAR 編輯器，必須輔以資訊科技之相關設備資源。建議學校使用本課程模組前，可以先檢視學校設備資源是否符合，如沒有該項設備可以選擇跳過該課程，或以其他替代方式辦理。
- (二) 在經費有限且資訊設備不足的情況下，建議可以採用分組分工的方式進行課程。

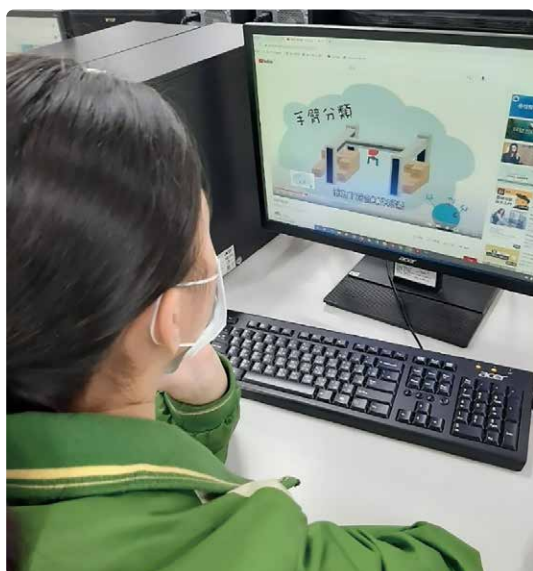
● 學生作品示例



嘗試切出索馬立方體的七個部件



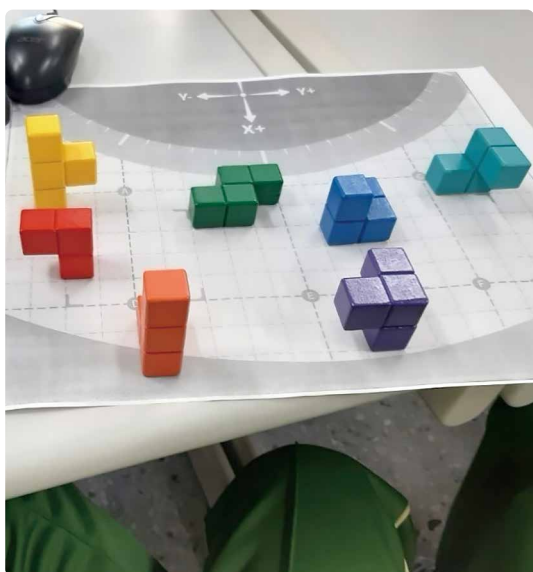
利用索馬立方體部件完成組合不同圖形任務



機器手臂的原理



機器手臂的創意發想圖



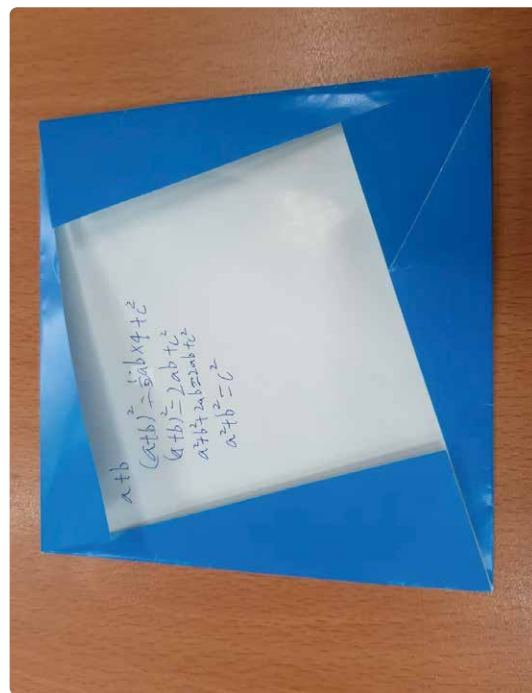
固定方塊位置



利用索馬立方體七部件完成組合立方體



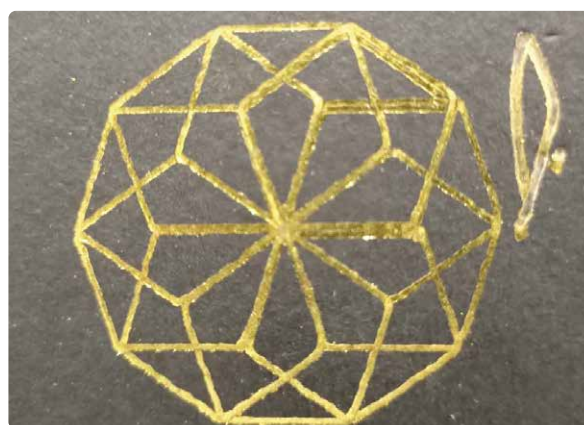
利用摺紙推出畢氏定理



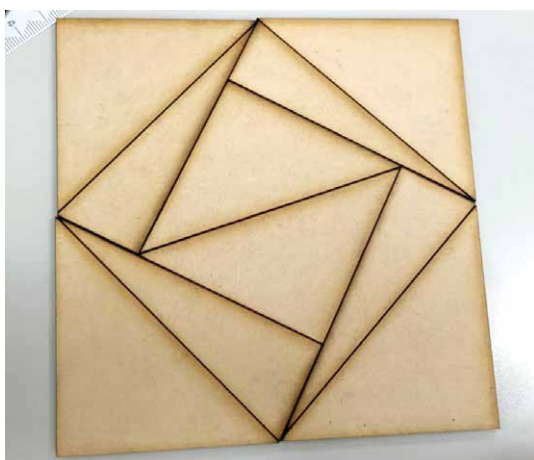
利用索馬立方體部件完成不同圖形組合任務



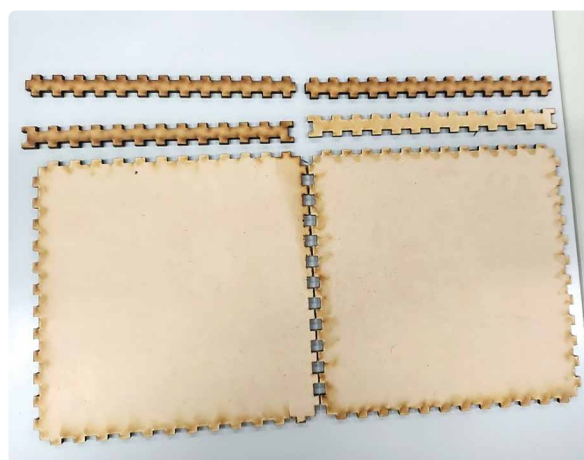
利用 3D 列印機輸出作品的燙金效果



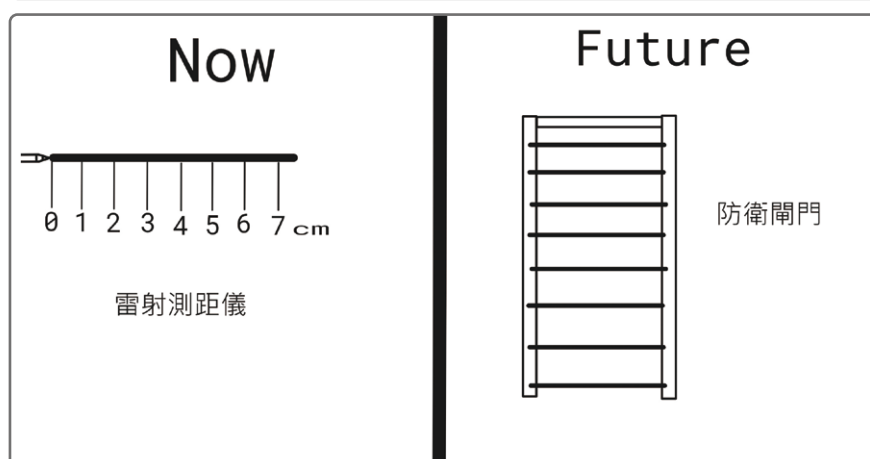
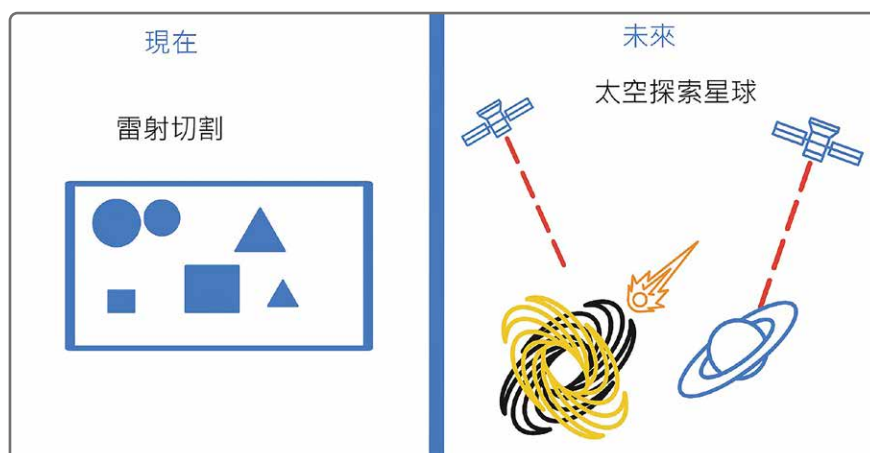
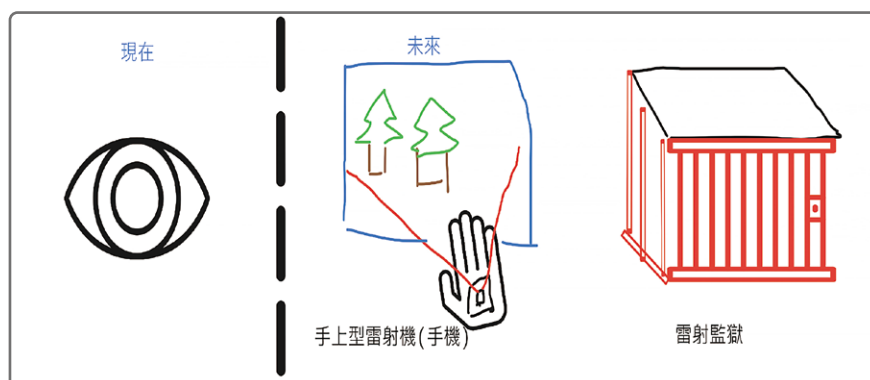
利用雷射切割機輸出作品的燙金效果



畢氏巧拼作品輸出



畢氏巧拼作品輸出



加法與減法的原理與應用創意圖繪製



實境解謎

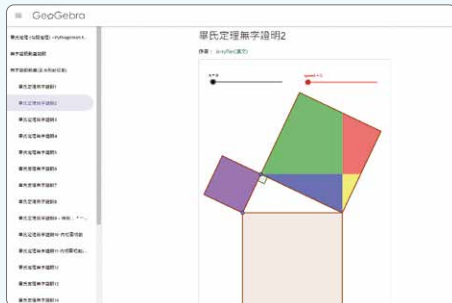
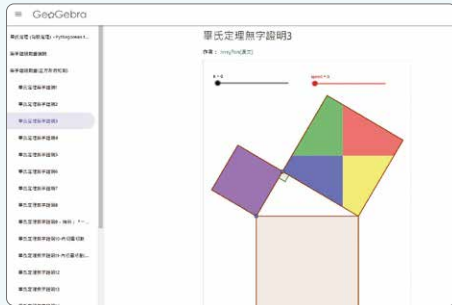
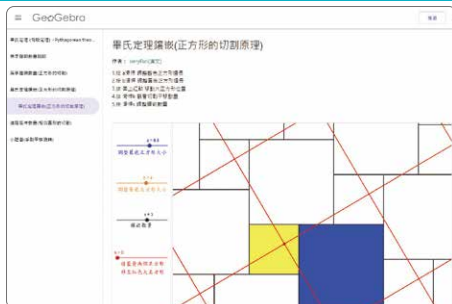
伍、附錄

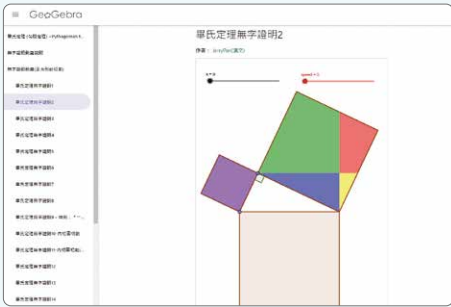
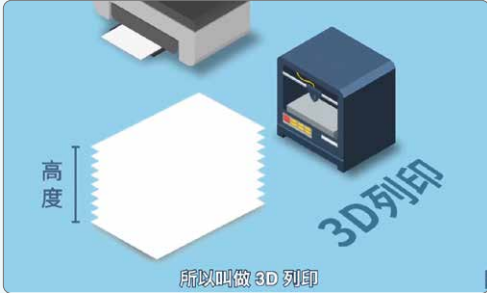


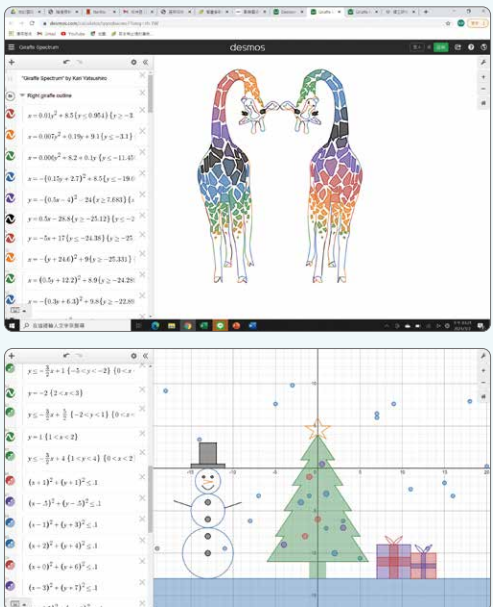
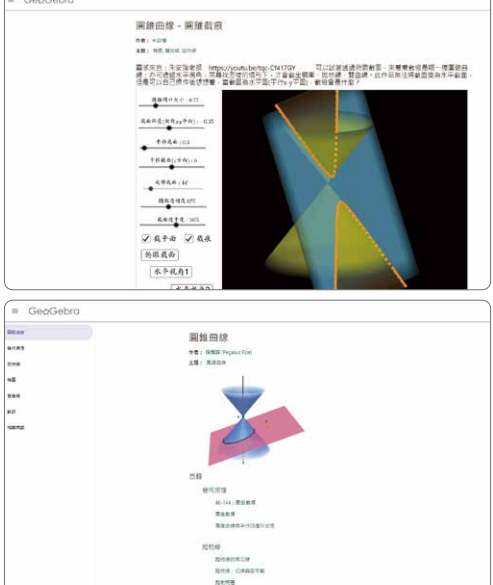
● 自編教材

教材類型	資源下載 (網址)	對應課程內容
學習單	學習單均已放置在各單元的教案中	
教學簡報	https://reurl.cc/x6dGDz 	第一單元至第四單元都整合在此雲端硬碟中

● 參考資料

項目	名稱	
1	教育部審定翰林版國中數學課本第三、四冊。	
2	Larry Greenemeier (譯者 / 宋宜真)，宜家機器人，轉載自《科學人》2018 年 9 月第 199 期。	
3	吳淑華 (108) 產業機器人的技術與應用	
4	GGB 中的畢氏定理無字證明 https://reurl.cc/7M5bZ9  https://reurl.cc/Xm7aOa 	 
5	觀察兩個小正方形如何填滿紅色正方形 https://reurl.cc/ZypopW 	

6	用 GGB 畫出紅色切割線並嘗試移動 https://reurl.cc/7M5bZ9  
7	說明只要有了基礎的紅色切割線可以自行變換 https://reurl.cc/jvL672  
8	雷射切割機原理的影片 https://reurl.cc/V4k27b  
9	雷射切割機應用的影片 https://reurl.cc/Myq2Dm  
10	3D 列印機原理的影片 https://reurl.cc/Oj96eg   https://reurl.cc/K3Zr9g  

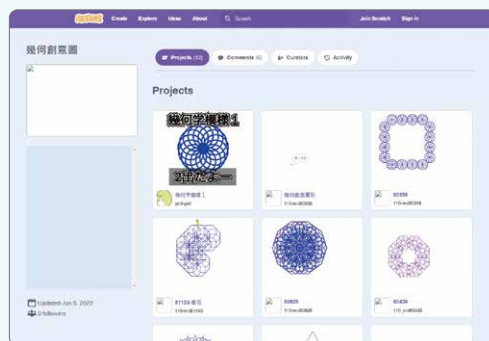
11	3D 列印機應用的影片 https://reurl.cc/x6dEe5 https://reurl.cc/ga9zx4	
12	desmos 全球數學藝術競賽 https://reurl.cc/ga9QvV https://reurl.cc/z6xGQy	
13	GGB 圓錐曲線介紹 https://reurl.cc/Xmo5eE https://reurl.cc/K3ZXAp	

機器手臂相關影片

<https://reurl.cc/dm6kjV>



<https://reurl.cc/l78ZoQ>



<https://reurl.cc/p57ZMa>



<https://reurl.cc/1GymjQ>



PBL 專題式學習 PBL 是什麼？課程設計、教學、評量一次看

<https://reurl.cc/edqWXW>



國家圖書館出版品預行編目 (CIP) 資料

臺北市十二年國民基本教育特殊教育 (資優) 課綱磐石學校優良課程教案：部定課程調整 - 跨領域跨科目 (數學、科技、藝術)：創客藝數大師 - 由資訊科技窺見的數學風景 / 陳妤蓁, 謝瑋, 褚怡婷, 洪秋裕, 林青慧, 王婷儀作. -- 臺北市：臺北市資賦優異教育資源中心, 民 112.12

面； 公分

ISBN 978-626-7381-41-0 (平裝)

1.CST：特殊教育 2.CST：科學教育 3.CST：教學方案

529.55

112021820

臺北市十二年國民基本教育 特殊教育(資優)課綱磐石學校優良課程教案
部定課程調整－跨領域跨科目 (數學、科技、藝術)
創客藝數大師－由資訊科技窺見的數學風景

發行人：莊智鈞

總編輯：王曼娜

作者：陳妤蓁、謝瑋、褚怡婷、洪秋裕、林青慧、王婷儀

執行編輯：許婷、劉巧璇、林喬鈺、王偉齡

出版者：臺北市資賦優異教育資源中心

地址：臺北市中正區南海路 56 號

電話：(02) 2332-7125

傳真：(02) 2304-6696

承印者：藝形實業有限公司

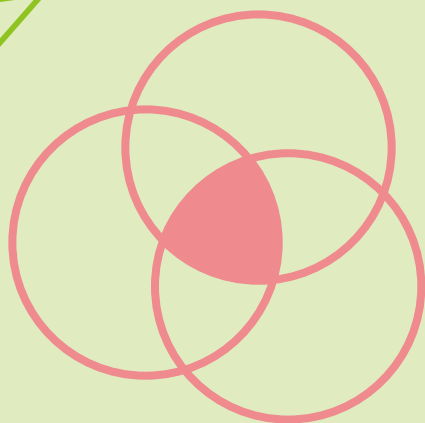
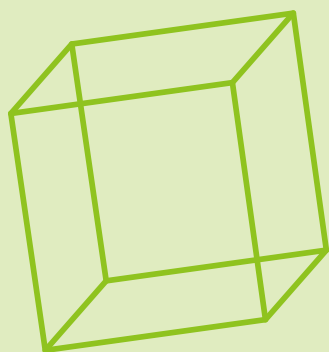
電話：(02) 2366-1988

出版日期：中華民國 112 年 12 月



臺北市資賦優異教育資源中心

Taipei Resource Center for the Gifted and Talented



ISBN 978-626-7381-41-0



9 786267 381410

